

Всероссийская олимпиада по астрономии



Муниципальный этап 2021 года

Условия и решения

10 класс

8 Ноября 2021 г.

1. Марсианское электричество

8 баллов

Размер солнечных панелей арабского спутника на орбите Марса Аль-Амаль 3×7.9 метра. Определите, какую электрическую мощность он может вырабатывать во время своей миссии на Марсе. КПД панелей считать 100%. Во сколько раз упала вырабатываемая мощность этих батарей по сравнению с земной орбитой? Во сколько раз будет отличаться сила тока электрических схем в приборах спутника при его пробном включении на земной орбите и включении в штатном режиме на орбите около Марса?

Решение. Запишем освещенность, создаваемую Солнцем на панелях спутника:

$$E = \frac{L}{4\pi r^2},$$

где L - светимость или же мощность излучения Солнца, а r - расстояние от Солнца до спутника.

Электрическая мощность равна произведению освещенности на площадь, принимающую энергию:

$$P = E \cdot S = \frac{L}{4\pi r^2} \cdot S = \frac{3.88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}}{4\pi \cdot (1.52 \cdot 1.5 \cdot 10^{11})^2 \text{ (м)}^2} \cdot 3 \cdot 7.9 \text{ (м)}^2 = \boxed{14 \cdot 10^3 \text{ Вт}}$$

Заметим, что мощность P зависит только от расстояния:

$$P \propto r^{-2}$$

Тогда отношение мощностей на орбите Марса и на земной орбите запишется следующим образом:

$$\frac{P_E}{P_M} = \left(\frac{r_M}{r_E}\right)^2 = \left(\frac{1.52 \text{ а.е.}}{1 \text{ а.е.}}\right)^2 = 2.31$$

То есть на орбите Марса вырабатываемая мощность упала в $\boxed{2.31}$ раза по сравнению с земной орбитой.

Далее вспомним формулу электрической мощности через силу тока:

$$P = I^2 R$$

R - сопротивление - остается постоянным, следовательно отношение мощностей равно квадрату отношения сил тока.

$$\frac{P_E}{P_M} = \left(\frac{I_E}{I_M} \right)^2$$

$$\frac{I_E}{I_M} = \sqrt{\frac{P_E}{P_M}} = \sqrt{\left(\frac{r_M}{r_E} \right)^2} = \frac{1.52 \text{ а.е.}}{1 \text{ а.е.}} = \boxed{1.52}$$

Критерии оценивания

8

Нахождение электрической мощности на Марсе	3
Определение отношения мощностей на Земле и Марсе	3
Определение отношения силы тока в цепи на Земле и Марсе	2

2. Планетный треугольник

8 баллов

18 августа некоторого года Юпитер находился в противостоянии с Землей, Марс в западной квадратуре, а Меркурий в максимальной западной элонгации. Определите расстояния между планетами: Юпитер и Марс. Определите угол между Марсом и Меркурием разделяющий планеты на небе Земли. Орбиты планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Нарисуйте рисунок, изображающий орбиты всех планет из северного полюса эклиптики.

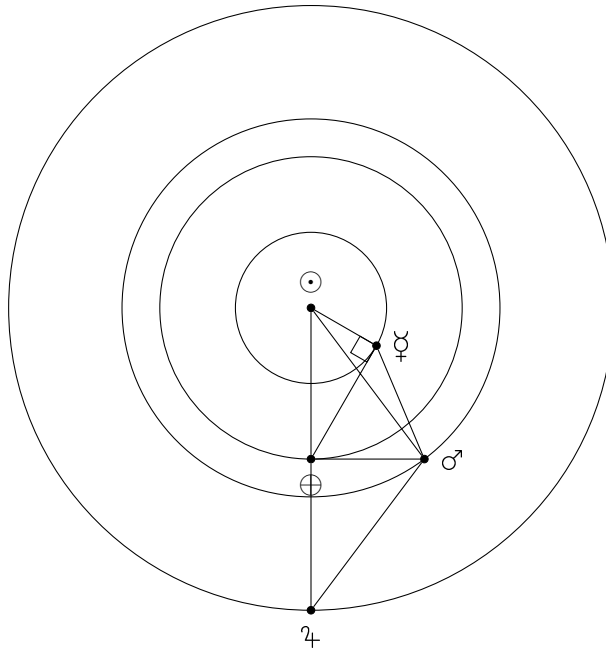
Решение. Введем обозначения Солнца и планет:

- Солнце - \odot
- Меркурий - ♁
- Земля - \oplus
- Марс - ♂
- Юпитер - ♃

На первом этапе нарисуем орбиты всех планет указанных в задаче (Земля, Юпитер, Марс и Меркурий).

Меркурий, Солнце и Земля составляют прямоугольный треугольник с прямым углом у Меркурия, находящимся в максимальной западной элонгации. Отсюда найдем угол Меркурий-Земля-Солнце:

$$\sin(\alpha_{\text{♁}\oplus\odot}) = \frac{a_{\text{♁}}}{a_{\oplus}}$$



Соответственно сам угол равен:

$$\alpha_{\oplus\ominus}^{\text{Mars}} = \arcsin\left(\frac{0.38}{1}\right) = 22.3^\circ$$

Угол между направлением на Меркурий и направлением на Марс составляет:

$$\alpha_{\oplus\ominus}^{\text{Mercury}} = 90^\circ - \alpha_{\oplus\ominus}^{\text{Mars}} = 90^\circ - 22.3^\circ = \boxed{67.7^\circ}$$

Теперь определим расстояние от Земли до Юпитера. Так как наблюдения проходят при противостоянии Юпитера, то расстояние до него от Земли будет равно:

$$r_{\oplus\text{Jupiter}} = a_{\text{Jupiter}} - a_{\oplus} = 5.2 - 1 = 4.20 \text{ a.e.}$$

По условию задачи Марс находится в западной квадратуре, следовательно расстояние Земля - Марс можно посчитать по теореме Пифагора:

$$r_{\oplus\text{Mars}} = \sqrt{a_{\text{Mars}}^2 - a_{\oplus}^2} = \sqrt{1.52^2 - 1^2} = 1.14 \text{ a.e.}$$

Теперь можно определить расстояние от Марса до Юпитера таким же образом — по теореме Пифагора — зная, что Марс в западной квадратуре, а Юпитер в противостоянии:

$$r_{\text{Mars}\text{Jupiter}} = \sqrt{r_{\oplus\text{Mars}}^2 + r_{\oplus\text{Jupiter}}^2} = \sqrt{1.14^2 + 4.2^2} = \boxed{4.35 \text{ a.e.}}$$

Критерии оценивания**8**

- Нарисованный рисунок с орбитами планет и указанными планетами 2
 Нахождение угла максимальной элонгации Меркурия 1
 Нахождение угла между направлениями на Меркурий и на Марс... 2
 Нахождение расстояния Юпитер-Марс..... 3

3. Кольцо**8 баллов**

Планетарная туманность «Кольцо» ($M57$) находится от нас на расстоянии 2 300 световых лет. Она расширяется со скоростью 25 км/с и сейчас имеет видимый угловой размер $2.5'$. Определите как давно центральная звезда этой туманности сбросила свою оболочку? Когда это могли увидеть «наблюдатели» на Земле? Определите среднюю плотность, если масса сброшенной оболочки составляет $0.2M_{\odot}$, а толщина сферического слоя составляет примерно 1% от радиуса туманности. Считать объем сферы равным:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

где $\pi = 3.14$ **Решение.** Определим диаметр туманности в световых годах:

$$D_{M57} = L \cdot \frac{\alpha_{M57}}{206265} = 2300 \cdot \frac{2.5 \cdot 60}{206265} = \boxed{1.67 \text{ св.лет}}$$

Теперь определим время расширения туманности, не забыв, что нашли диаметр, а туманность расширяется в обе стороны к нам и от нас:

$$\tau_{M57} = \frac{D_{M57}}{2 \cdot V_{M57}}$$

$$\tau_{M57} = \frac{1.67 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 365.25 \cdot 86400}{2 \cdot 25} = \boxed{10^4 \text{ лет}}$$

Значит, на небе Земли событие появления планетарной туманности произошло 10 000 лет назад, около $\boxed{7979 \text{ г. до н.э.}}$

Определим объем, в котором заключена масса, считая, что она распределена равномерно в сферическом слое.:

$$V = \frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3) = \frac{4}{3}\pi(1^3 - 0.99^3) \left(\frac{D_{M57}}{2 \cdot 3.26}\right)^3 = 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ пк}^3$$

Тогда плотность равна:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{0.6 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{2.1 \cdot 10^{-3} \cdot (3 \cdot 10^{16})^3} = \boxed{6.5 \cdot 10^{-18} \text{ кг/м}^3}$$

Критерии оценивания	8
Нахождение диаметра туманности	1
Определение времени расширения туманности	2
Нахождение примерной даты события для земного наблюдателя	1
Нахождение объема сферического слоя	2
Нахождение итоговой плотности туманности.....	2

4. Осеннее равноденствие 8 баллов

В день осеннего равноденствия Луна была в 3-ей четверти, Марс в восточной квадратуре, Уран в противостоянии. Определите, на каких высотах происходили верхние кульминации этих объектов для наблюдателей в городе Джаффна (Шри-Ланка, широта $9^{\circ}40'$). В какой последовательности будут происходить эти верхние кульминации в день осеннего равноденствия? Все орбиты лежат в плоскости эклиптики.

Решение.

Введем обозначения Солнца и планет:

- Солнце - \odot
- Земля - \ominus
- Марс - $\♂$
- Уран - $\♁$
- Луна - $\♃$

Нарисуем картинку, в которой изобразим Солнце, Землю и другие видимые небесные тела из задачи.

Заметим, что Солнце находится в точке осеннего равноденствия, а Марс — в точке зимнего солнцестояния, Луна — в летнем солнцестоянии, Уран — в весеннем равноденствии. Координаты, и в том числе склонение, этих точек нам хорошо известны.

Тогда склонение Марса — $\delta_{\♂} = -23.5^{\circ}$, Луны — $\delta_{\♃} = 23.5^{\circ}$, Урана — $\delta_{\♁} = 0^{\circ}$.
Можно найти высоту верхней кульминации по формуле:

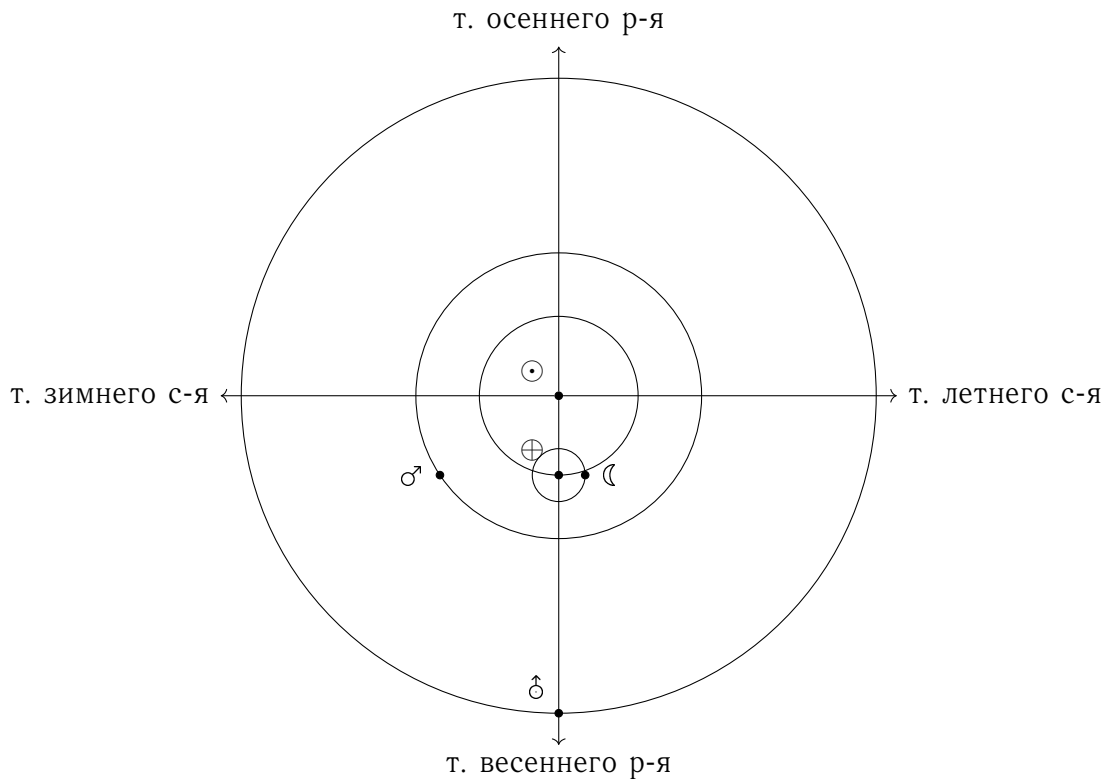
$$h = 90^{\circ} - |\delta - \varphi|$$

Получим $h_{\♂} = 56^{\circ}50'$, $h_{\♃} = 80^{\circ}20'$, $h_{\♁} = 76^{\circ}10'$. При этом кульминация Луны будет к северу от зенита, а Марса и Урана к югу.

Как это выглядит на небесной сфере нарисовано на следующей картинке.

Последним пунктом определим последовательность верхних кульминации. Сначала будет кульминировать стареющая Луна, это будет утром. После этого вечером будет кульминировать Марс, а ближе в полночь Уран.

Ответ Уран, Луна и Марс тоже будет считаться правильным.



Критерии оценивания

8

Рисунок, поясняющий модель	1
Определение склонения Марса	1
Определение склонения Луны	1
Определение склонения Урана	1
Определение высоты верхней кульминации Марса	1
Определение высоты верхней кульминации Луны	1
Определение высоты верхней кульминации Урана	1
Определение последовательности прохождения верхней кульминации	1
При значении высоты кульминации больше, чем 90°	max 4

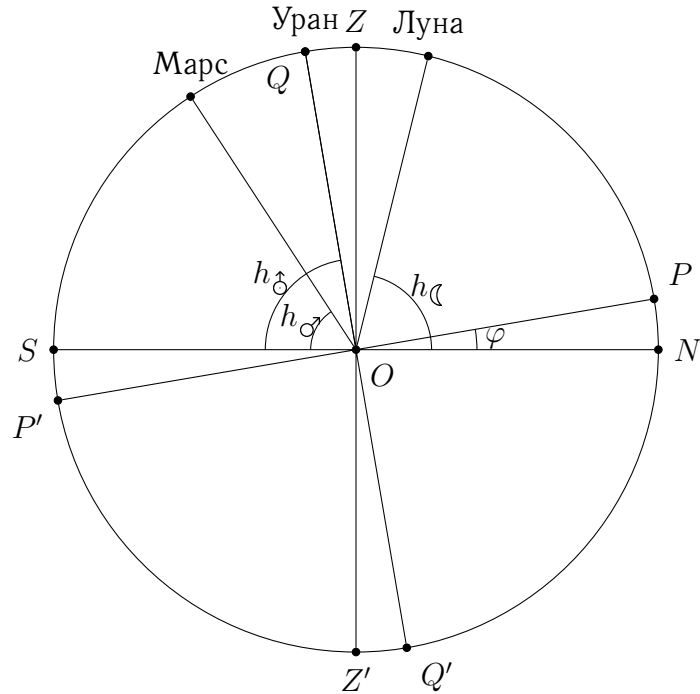
5. Телескоп

8 баллов

Астроном любитель проводит наблюдения в одном из лучших мест для астрономических наблюдений, в Кавказкой горной обсерватории МГУ (КГО МГУ), где размер изображений звезд составляет 0.4", проводит наблюдения с телескопом диаметром 200 мм и фокусом 1 м, имеет окуляры с фокусом 6 и 20 мм. Длина волны видимого света составляет $\lambda = 550$ нм. Считая предельное разрешение глаза составляет 1'. Разрешение телескопа для видимого диапазона длин волн можно определить по формуле:

$$\theta = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D_T}$$

Где θ - угол, который разрешает телескоп в угловых секундах, λ - длина волны наблюдаемого излучения. D_T - диаметр объектива телескопа. Угловое увеличение телескопа



можно определить из:

$$\Gamma = \frac{F_T}{f_o} \iff \alpha_{\text{в окуляре}} = \Gamma \cdot \alpha_{\text{на небе}}$$

Где F_T - фокус объектива телескопа, f_o - фокус окуляра телескопа. $\alpha_{\text{в окуляре}}$ - видимый угловой размер в окуляре, $\alpha_{\text{на небе}}$ - видимый угловой размер на небе. При каком максимальном диаметре объектива влияние атмосферы размывает теоретический предел разрешения телескопа? Определите увеличение телескопа для каждого окуляра. Определите с каким окуляром размытие звезд будет заметно для данного телескопа, а с каким нет?

Решение. Чтобы размытие атмосферы $0.4''$ было точно видно, необходимо чтобы угловое разрешение телескопа было равно размеру изображений звезд создаваемых атмосферой:

$$\theta = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D_T}$$

$$D_T = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{0.4''} = \boxed{346 \text{ мм}}$$

Увеличение телескопа есть:

$$\Gamma = \frac{F_T}{f_o}$$

$$\Gamma_6 = \frac{1000}{6} = \boxed{167 \text{ крат}}$$

$$\Gamma_{20} = \frac{1000}{20} = \boxed{50 \text{ крат}}$$

Как известно увеличение угловых размеров связано с увеличением системы объектив - окуляр:

$$\Gamma = \frac{\theta_{\text{окуляр}}}{\theta_{\text{объектив}}}$$

$$\theta_{\text{окуляр}} = \Gamma \cdot \theta_{\text{объектив}}$$

Чтобы размытие стало заметно в окуляре необходимо, чтобы угловой размер звезды в окуляре превысил $1'$

$$\theta_{20} = 50 \cdot 0.4'' = \boxed{20''}$$

В окуляр с фокусом 20 мм размытие видно не будет

$$\theta_{20} = 167 \cdot 0.4'' = \boxed{67''}$$

В окуляр с фокусом 6 мм размытие видно будет

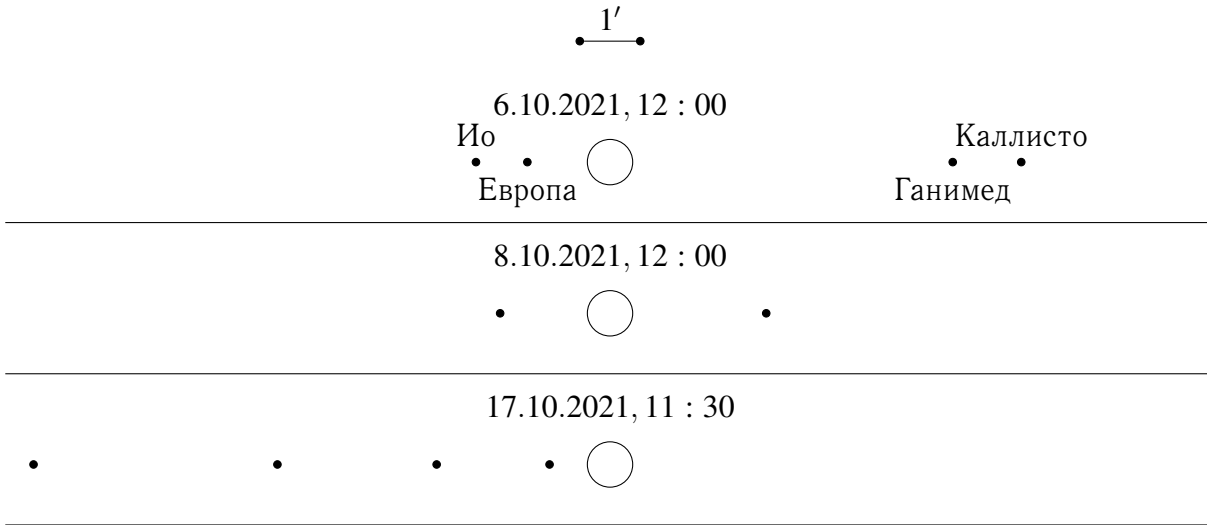
Критерии оценивания	8
Нахождение максимального диаметра.....	2
Определение увеличения окуляра 20 мм.....	1
Определение увеличения окуляра 6 мм.....	1
Определение видимости и значения размытия 20 мм.....	2
Определение видимости и значения размытия 6 мм.....	2

6. Юпитер 8 баллов

Вам даны 3 изображения Юпитера и его галилеевских спутников, а также даты, соответствующие данной конфигурации. На первой картинке спутники подписаны. Отождествите и подпишите спутники на остальных картинках. Масштаб указан. Также даны параметры орбит Галилеевских спутников Юпитера. Орбиты спутников считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

Спутник	Большая полуось, км	Период обращения	Радиус, км	Масса, кг
Ио	421 700	1.77 сут.	1 821	$8.93 \cdot 10^{22}$
Европа	671 100	3.55 сут.	1 560	$4.80 \cdot 10^{22}$
Ганимед	1 070 400	7.15 сут.	2 634	$1.48 \cdot 10^{23}$
Каллисто	1 882 700	16.69 сут	2410	$1.08 \cdot 10^{23}$

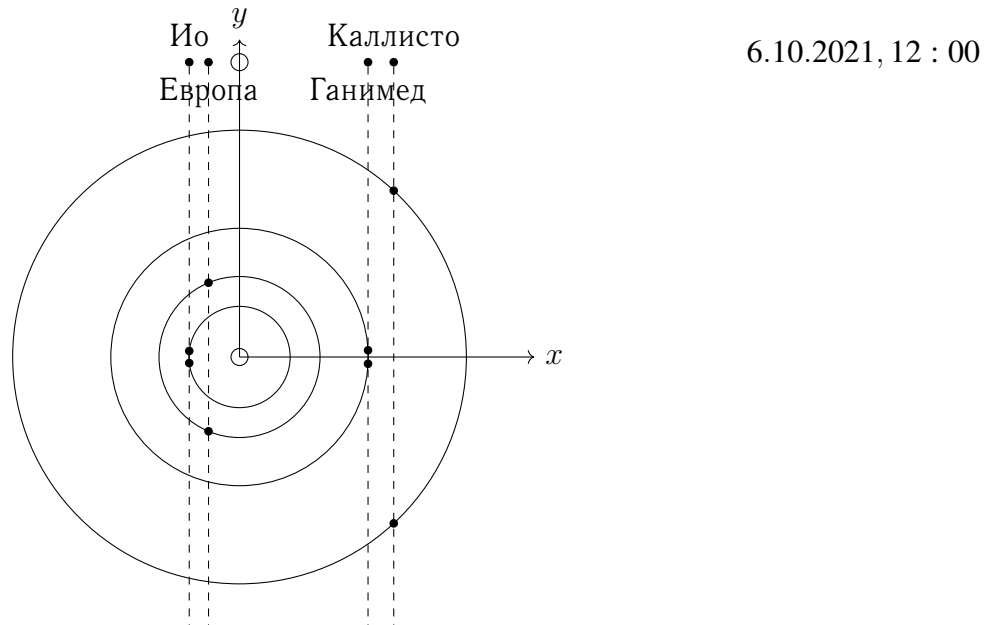
Решение. Все спутники вращаются против часовой стрелки. Угловые размеры боль-



ших полуосей (a) можно найти из масштаба:

$$\rho = \rho_{\text{ж}} \cdot \frac{a}{R_{\text{ж}}}$$

Изобразим вид сверху Юпитера и его спутников на 6.10 (размеры больших полуосей указаны в справочных данных) - рис.1. Пунктирной линией показано возможное ме-



стонахождение спутника. Введем оси x и y Угловые удаления спутников от Юпитера являются проекциями их положения на ось x . Углом φ назовем угол Спутник-начало координат-ось x . Его можно найти по формуле $\varphi = \arccos(x/a)$, a - радиус орбиты спутника. Тогда начальные положения спутников:

- Ио — $x_0 = -2'13''$, $\varphi_0 = \pm 173^\circ$

- Европа — $x_0 = -1'22''$, $\varphi_0 = \pm 113^\circ$
- Ганимед — $x_0 = 5'40''$, $\varphi_0 = \pm 3^\circ$
- Каллисто — $x_0 = 6'48''$, $\varphi_0 = \pm 55^\circ$

Углы могут принимать как положительное, так и отрицательное значение - из-за проекции точного значения угла мы определить не можем.

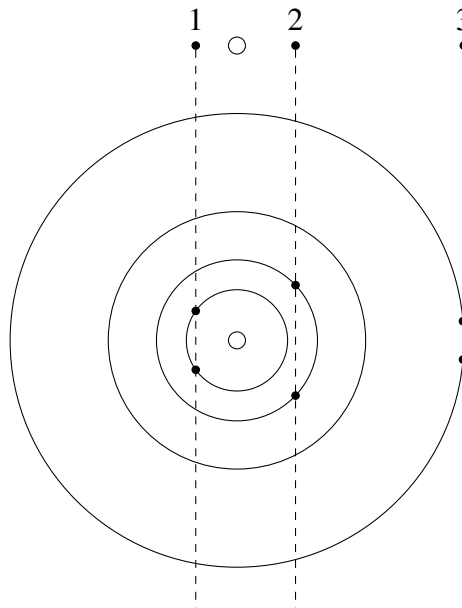
1. Посчитаем углы, которые прошли спутники относительно своего начального положения за 2 дня (с 6.10 по 8.10) по формуле

$$\alpha = 360^\circ \cdot \frac{t}{T},$$

где t - прошедшее время, T - период спутника.

- Ио — $\alpha = 407^\circ = 47^\circ$
- Европа — $\alpha = 203^\circ$
- Ганимед — $\alpha = 101^\circ$
- Каллисто — $\alpha = 47^\circ$

Изобразим вид сверху Юпитера со спутниками на 8.10 - рис 2. Для удобства



8.10.2021, 12 : 00

пронумеруем спутники — от 1 до 3 слева направо и будем рассматривать каждый спутник. Запишем координаты спутников:

- 1 — $x = -1'49''$, $\varphi_1 = \pm 144^\circ$
- 2 — $x = 2'35''$, $\varphi_2 = \pm 43^\circ$
- 3 — $x = 9'58''$, $\varphi_3 = \pm 5^\circ$

Как видно, линия 3 - го спутника пересекается только с орбитой Каллисто, из чего мы делаем вывод: **3 — Каллисто**.

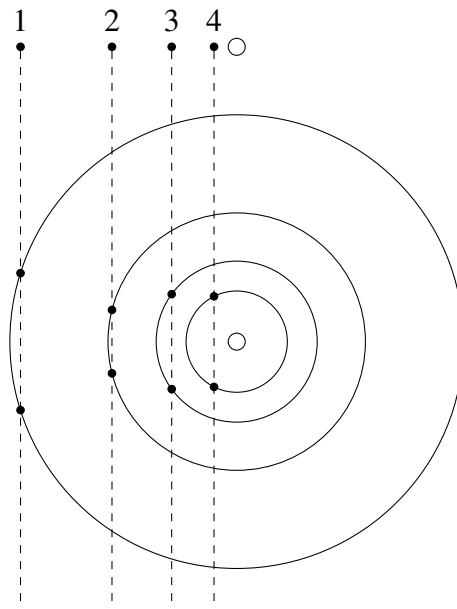
Для всех спутников верно равенство

$$\varphi = \varphi_0 + \alpha$$

	Ио	Европа	Ганимед	Каллисто
φ_1	220°	316°	104°	102°
φ_2	234°	90°	98°	8°

Видим, что $\varphi_{\text{Ио}1} \approx \varphi_1 = 216^\circ = -144^\circ$, а $\varphi_{\text{Европа}1} \approx \varphi_2 = 317^\circ = -43^\circ$. Итак, **1 — Ио**, **2 — Европа**. Ганимед закрыт тенью Юпитера.

2. На втором изображении (17.10) отождествим спутники методом исключения. Ли-



17.10.2021, 11 : 30

ния 1 - го спутника пересекает только орбиту Каллисто - **1 — Каллисто**, соответственно 2 - ой спутник (либо Каллисто, либо Генимед) находим методом исключения: **2 — Ганимед**, **3 — Европа**, **4 — Ио**.

Итоговый ответ на рисунке ниже.

Критерии оценивания

10

- Описание метода определения спутников 2
- Верное определение спутников 4 спутников на второй картинке ... 4
- Верное определение спутников 4 спутников на третьей картинке ... 4

