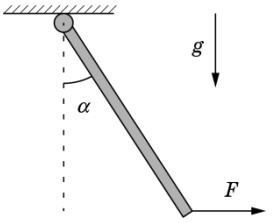
11-1. Шарнир. Однородный стержень массой m = 800 г прикреплён к потолку при помощи небольшого гладкого шарнира. Нижний конец стержня удерживают горизонтальной силой F = 4 Н.

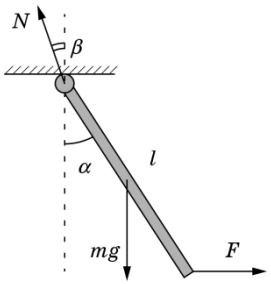


1. На какой угол α стержень отклонён от вертикали в положении равновесия?
2. Найдите силу N реакции опоры шарнира, действующую на стержень (модуль и направление).

Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.

Возможное решение.

Сделаем рисунок с расстановкой сил. Отметим, что, так как стержень твёрдый, то сила его взаимодействия с шарниром может иметь как продольную, так и поперечную компоненты.

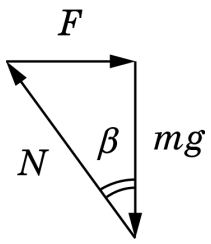


Запишем правило моментов относительно шарнира и выразим угол α:

$mg\dfrac{l}{2}\sin\alpha = Fl\cos\alpha$, где l - длина стержня.

$tg\alpha = \dfrac{2F}{mg}$, что даёт численное значение α = 45° .

Запишем условие равновесия $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} = 0$. Силы образуют векторный треугольник. Из треугольника найдём:



$N = \sqrt{(mg)^2 + F^2} \approx 9H$

$\beta = arctg\dfrac{F}{mg} \approx 27°$

Критерии оценивания.

1. Сделан рисунок с расстановкой сил 1 балл.
   (Если сила реакции шарнира показана направленной вдоль стержня, то 0,5 балла)
2. Записано правило моментов для стержня относительно шарнира 2 балла
3. Получено правильное выражение для тангенса угла наклона стержня 1 балл
4. Найдено значение угла α = 45° 1 балл
5. Записано первое условие равновесия через силы 1 балл
6. Получено значение модуля реакции опоры: 2 балла
7. Получено значение угла, определяющего направление реакции опоры 2 балла

(Это может быть любой угол однозначно задающий направление вектора N; вместо численного значения угла можно засчитывать численное значение любой тригонометрической функции данного угла.)

11-2. Два заряда. Два точечных одноимённых заряда q_1 = 1 нКл и q_2 = 2 нКл первоначально удерживают на расстоянии 1 см друг от друга. Массы зарядов m_1 = 3 мг и m_2 = 1 мг. Заряды отпускают. В процессе движения заряды взаимодействуют только между собой.

1. Чему равно отношение модулей сил, действующих на заряды, F_2/F_1 через одну секунду после начала движения?
2. Чему равно отношение модулей ускорений зарядов a_2/a_1 через две секунды после начала движения?
3. Чему равно отношение модулей импульсов зарядов p_2/p_1 через три секунды после начала движения?
4. Чему равно отношение кинетических энергий зарядов E_2/E_1 через четыре секунды после начала движений?
5. Чему равно отношение путей, пройденных зарядами за первые пять секунд движения, S_2/S_1?

Возможное решение.

1. По 3-му закону Ньютона отношение сил в любой момент времени $F_2/F_1 = 1$.

2. Тогда по 2-му закону Ньютона отношение ускорений в любой момент времени обратно отношению масс $a_2/a_1 = 3$.

3. Из закона сохранения импульса $p_2/p_1 = 1$.

4. Так как $E_{КИН} = \frac{p^2}{2m}$, то $E_2/E_1 = m_1/m_2 = 3$.

5. Приращение пути пропорционально мгновенной скорости $\upsilon = \frac{p}{m}$, значит:

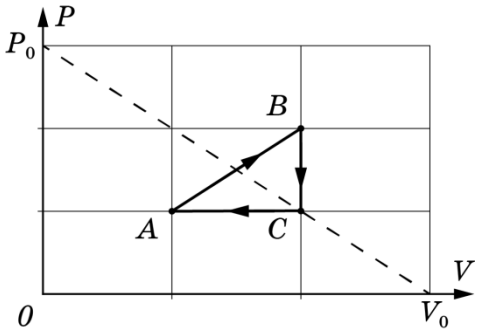
$S_2/S_1 = \upsilon_2/\upsilon_1 = m_2/m_1$ (так как импульсы в любой момент времени одинаковы) = 3.

Критерии оценивания.

Каждый пункт оценивается в 2 балла:

1 балл за правильные рассуждения и 1 балл за правильный численный ответ.

11-3 Треугольный цикл. Тепловая машина, у которой в качестве рабочего тела используют два моля идеального одноатомного газа, за один замкнутый цикл *ABC* (см. рис.) совершает работу A_0.



1. На каком(их) участке(ах) к рабочему телу подводится тепло?
2. Чему равно это количество теплоты?
3. Вычислите КПД η данной тепловой машины.

Возможное решение.

1. На участке AB совершается положительная работа ($\Delta V > 0$) и увеличивается внутренняя энергия ($\Delta T > 0$). Применяя 1-е начало термодинамики получаем, $\delta Q > 0$, то есть тепло подводится. Рассуждая аналогично, получим, что на других участках тепло отдаётся. Окончательно получаем, что тепло подводится только на участке *AB*.

2. Применим к участку *AB* первое начало термодинамики:

$$Q_{AB} = A_{AB} + \Delta U_{AB} = \frac{P_A + P_B}{2}(V_B - V_A) + \frac{3}{2}\nu R(T_B - T_A)$$

Дальше необходимо выразить все величины через P_0 и V_0 (также можно выразить всё через температуру любого состояния или произведение PV любого состояния на графике).

$$Q_{AB} = \frac{P_0}{2}\frac{V_0}{3} + \frac{3}{2}\left(\frac{2P_0}{3}\frac{2V_0}{3} - \frac{P_0}{3}\frac{V_0}{3}\right) = \frac{2}{3}P_0V_0 .$$

Известную нам работу за цикл A_0 нужно также выразить через P_0 и V_0 (как площадь внутри цикла):

$$A_0 = \frac{1}{2}\frac{P_0}{3}\frac{V_0}{3} = \frac{P_0V_0}{18} .$$

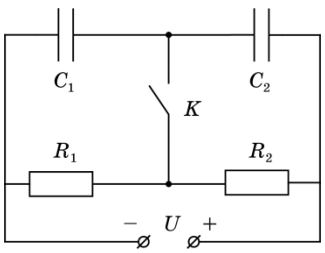
Значит $Q_{AB} = 12A_0$

КПД тепловой машины по определению $\eta = \frac{A_0}{Q_{AB}} = \frac{1}{12} \approx 0{,}08$

Критерии оценивания.

1) Обосновано найден знак теплоты на каждом из участков	3×0,5 = 1,5 балла
2) Записано 1-е начало термодинамики для участка *AB*	1 балл
3) Правильно записана работа A_{AB}	1 балла
4) Правильно записанj изменение внутренней энергии ΔU_{AB}	1 балла
5) Q_{AB} выражена через P_0V_0 или иным образом, описанным в решении	2 балл
6) A_0 выражена через те же величины	1,5 балла
7) Q_{AB} выражена через A_0	1 балл
8) Найден КПД	1 балл

11-4. Мостовая схема. Электрическая цепь (см. рис.), состоящая из двух резисторов (R_1 = 8 кОм, $R_2 = 4$ кОм) и двух конденсаторов (C_1 = 100 мкФ, C_2 = 50 мкФ), подключена к идеальному источнику постоянного напряжения U = 12 В. Цепь находится в установившемся режиме, ключ K разомкнут. Определите:



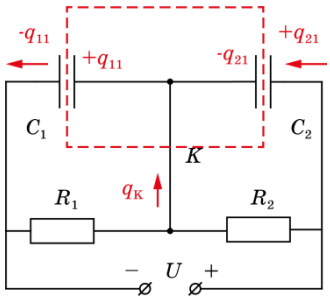
1) Силу тока I_0, протекающего через источник напряжения в установившемся режиме.
2) Заряды q_{10} и q_{20} на конденсаторах в установившемся режиме.
3) Заряд q_K, прошедший через ключ K после его замыкания.
4) В каком направлении шёл ток через ключ?

Возможное решение.

1. В установившемся режиме ток идёт через резисторы и $I_0 = \dfrac{U}{R_1 + R_2} = 1$ мА.

2. Сумма напряжений на конденсаторах равна общему напряжению $U = U_{10} + U_{20} = \dfrac{q_{10}}{C_1} + \dfrac{q_{20}}{C_2}$, а заряды равны (так как центральная изолированная часть не заряжена).

Значит, $q_{10} = q_{20} = U\dfrac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} = 0{,}4$ мКл.



3. После замыкания ключа (и завершения переходных процессов перезарядки конденсаторов) в цепи будет течь тот же ток I_0. Но теперь C_1 подключён параллельно R_1, а значит, $U_{11} = U\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$, и заряд $q_{11} = U\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}C_1$.

4. Аналогично, $U_{21} = U\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$, а заряд $q_{21} = U\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}C_2$. Заряд, прошедший через ключ:

$$q_K = q_{11} - q_{21} = U\frac{R_1 C_1 - R_2 C_2}{R_1 + R_2} = 0{,}6 \text{ мКл},$$

так как область «над ключом» была до замыкания не заряжена, а потом суммарный заряд на обкладках оказался $q_{11} - q_{21}$ (с учётом знака заряда на обкладках).

Критерии оценивания

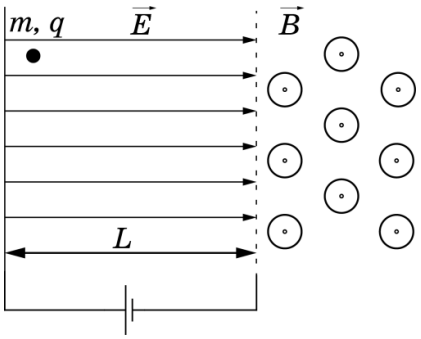
Правильно найден общий ток I_0 (по 1 баллу за формулу и число)	2 балла
Правильно применены условия для последовательных конденсаторов	2 балла
Правильно найдены заряды q_{10} и q_{20} (по 0,5 балла за формулу и число)	1 балл
Правильно найдено напряжение U_{11}	1 балл
Правильно найден заряд q_{11}	0,5 балла
Правильно найдено напряжение U_{21}	1 балл
Правильно найден заряд q_{21}	0,5 балла
Правильно найден прошедший заряд q_K (по 0,5 балла за формулу и число)	1 балл
Правильно определено направление тока через ключ	1 балл

Примечания

Численные результаты оцениваются только в окончательном ответе на поставленные вопросы. Отсутствие вычислений в промежуточных пунктах не снижает оценку.

Если какой-либо пункт системы оценивания не присутствует в явном виде, но неявно учтён в дальнейшем решении, то баллы за него ставятся в полном объёме.

11-5. В полях. Покоящуюся частицу массой m = 1 г и зарядом q = 1 мКл помещают в однородное электрическое поле напряжённостью E = 100 В/м. Пролетев в электрическом поле расстояние L = 2 м, частица переходит в область однородного магнитного поля с индукцией B = 4 Тл. Линии индукции магнитного поля перпендикулярны линиям напряжённости электрического поля (см рис.).



1. Изобразите схематически траекторию движения частицы и точку, в которой произойдёт остановка частицы.
2. Определите время t_0 от начала движения частицы до её ближайшей остановки.
3. Определите путь S частицы до остановки.
4. Определите модуль перемещения H частицы до остановки.

Действие силы тяжести не учитывайте!

Возможное решение.

Траектория частицы состоит из двух прямолинейных участков в электрическом поле и полуокружности в магнитном. Разгон и торможение в электрическом поле занимают одно и то же время, так как в магнитном поле модуль скорости не изменяется, а направление изменяется на строго противоположное.

В электрическом поле частица движется с ускорением $a = \frac{qE}{m}$ и проходит расстояние L за время $t_1 = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2Lm}{qE}} = 0{,}2$ с. При этом она разгоняется до скорости $\upsilon = at_1 = \sqrt{\frac{2LqE}{m}} = 20$ м/с.

В магнитном поле частица движется по окружности радиуса $R = \frac{m\upsilon}{qB} = \sqrt{\frac{2LmE}{qB^2}} = 5$ м.

и проходит половину окружности за время $t_2 = \frac{\pi R}{\upsilon} = \frac{\pi m}{qB} \approx 0{,}8$ с.

Время до остановки $t_0 = 2t_1 + t_2 \approx 1{,}2$ с

Путь до остановки $S = 2L + \pi R \approx 19{,}7$ м

Перемещение частицы к моменту её остановки произошло перпендикулярно линиям электрического поля на расстояние $H = 2R = 10$ м.

Критерии оценивания.

Правильные форма траектории и точка остановки	2 балла
Правильно найдено время разгона/торможения	2 балла
Правильно найдена скорость после разгона	1 балл
Правильно найден радиус траектории в магнитном поле	1 балл
Правильно найдено время движения в магнитном поле	1 балл
Правильно найдено время движения до остановки t_0	1 балл
Правильно найден путь до остановки S	1 балл
Правильно найден модуль перемещения H	1 балл

Примечания.

Численные результаты оцениваются только в окончательном ответе. Отсутствие вычислений в промежуточных пунктах не снижает оценку.
Скорость после разгона может быть найдена как из кинематики, так и через ЗСЭ.
Если какой-либо пункт критериев присутствует в явном виде, но неявно учтён в дальнейшей решения, то баллы за него ставятся в полном объёме.