ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ПО ЭКОНОМИКЕ. 2019-2020 уч. г.

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

Решения и критерии оценивания

10-11 классы

Выберите один правильный ответ, 5 заданий по 4 балла.

1. Выберите НЕверное утверждение (при отсутствии внешних эффектов):

   а) Введение квоты никогда не может увеличить общественное благосостояние на совершенно конкурентном рынке.

   б) Введение потолка цен может увеличить общественное благосостояние.

   в) Введение пола цен никогда не может увеличить общественное благосостояние.

   г) Никакое вмешательство в экономику не может увеличить общественное благосостояние.

   Ответ: (г).

2. Кто из этих людей получил Нобелевскую премию по экономике 2019 года за экспериментальный подход к искоренению глобальной бедности?

   а) Пол Ромер и Уильям Нордхаус.

   б) Бенгт Хольмстрём и Оливер Харт.

   в) Роберт Шиллер, Ларс Петер Хансен и Юджин Фама.

   г) Майкл Кремер, Эстер Дюфло и Абхиджит Банерджи.

   Ответ: (г).

3. Что из перечисленного включено в расчет валового внутреннего продукта России?

   а) покупка акций компании «Газпром»;

   б) налоги, уплаченные жителями России;

   в) прибыль корпораций, работающих в России;

   г) стипендии российских студентов.

   Ответ: (в)

4. Чистый приток капитала подразумевает, что:

   а) разность между притоком и оттоком капитала положительна;

   б) чистый экспорт является положительным;

   в) ВВП превышает ВНП;

   г) правительство является заемщиком на финансовом рынке.

   Ответ: (а)

5. У Анатолия есть 40 часов в неделю, из которых 20 часов он работает в онлайн-школе и получает за это 1000 р/час и 20 часов в неделю в школе, в которой получает 1000 р за все 20 часов. Предположим, что вместо этого он мог бы учиться 40 часов в неделю в университете, получая удовольствие, эквивалентное 500 р/час, или работать экономистом в крупном банке за зарплату в N рублей в месяц. Предположим, что Анатолий перешел работать в банк. Чему равняются альтернативные издержки его выбора, выраженные в рублях?

   а) 41 тыс. рублей.

   б) 21 тыс. рублей.

   в) 20 тыс. рублей.

   г) Невозможно определить.

   Ответ: (б)

Задания с кратким ответом, 6 заданий по 6 баллов.

6. Джон Киу занимается производством плюшевых собачек. Для этого он пользуется услугами континентальных рабочих и океанских рабочих. В 2018 году зарплата континентального рабочего составляла 10 монет, а океанского — 5 монет. При этом Джон Киу нанимал 5 континентальных и 10 океанских рабочих. При этом он производил 10 единиц продукции. Цена продукции составляла 15 золотых монет. Других издержек, кроме выплаты заработной платы, Джон Киу не несет.

   Ровно в 12 часов ночи 31 января произошла некоторая политическая ситуация, из-за которой стоимость плюшевых собачек возросла до 18 золотых монет за штуку, но и зарплата континентальных рабочих возросла до 12 золотых монет, а океанских — до 8 золотых монет. Технология производства плюшевых собачек не изменилась. Узнав новые цены, Джон Киу решил нанять еще 5 континентальных рабочих и выпускать 12 плюшевых собачек.

   Определите, поступил ли Джон Киу рационально. Если да, напишите в ответ «да», если нет — напишите минимальную сумму, которую точно недополучил Джон Киу в 2019 году.

   Ответ: 24

   Решение: Прибыль в 2019 году составила $\pi_1 = 18 \cdot 12 - 12 \cdot 10 - 8 \cdot 10 = 16$. Посмотрим, какую прибыль мы получали бы, если бы при новых ценах выбрали старую точку — 10 единиц продукции, 5 континентальных и 10 океанских рабочих. $\pi_2 = 18 \cdot 10 - 12 \cdot 5 - 8 \cdot 10 = 40$. Соответственно, Джон Киу поступил нерационально и мог бы получить прибыль как минимум на 24 монеты больше.

7. На рынке совершенной конкуренции работают фирмы двух типов с издержками $TC_1 = q_1^3 - 20q_1^2 + 150q_1$ и $TC_2 = q_2^3 - 20q_2^2 + 200q_2$. Спрос на рынке задается уравнением $Q = 790 - P$. Найдите количество фирм первого типа в долгосрочном равновесии.

   Ответ: 74

   Решение:

   Найдем функции AC: $AC_1 = q_1^2 - 20q_1 + 150$ и $AC_2 = q_2^2 - 20q_2 + 200$. Заметим, что в долгосрочном равновесии цена на рынке равна минимальному значению AC. При этом AC_2 всегда лежит выше, чем AC_1, а значит, и минимум AC_2 лежит выше, чем AC_1. Значит, цена на рынке в долгосрочном равновесии равна минимальному значению AC_1, а фирмы второго типа уйдут с рынка. Найдем минимальное значение функции AC_1. Это парабола с ветвями вверх, минимум достигается в вершине: $q^* = 10$, $AC_1^* = 50$. Тогда в долгосрочном равновесии цена на рынке сложится $P = 100$, а каждая фирма продает 10 единиц продукции. Тогда пусть фирм первого типа N штук. Суммарное количество на рынке равно $10N$. Подставляем в спрос: $10N = 790 - 50$. Отсюда $N = 74$.

8. У начинающего инвестора Лэва есть в распоряжении 1000 рублей. Сейчас он стоит перед выбором между двумя типами ценных бумаг. Бумага «Синица в руке» стоит 600 рублей и через год будет стоить в $(1+r)$ раз дороже, где r — ставка доходности. Бумага «Журавль в небе» стоит 810 рублей и через 2 года будет стоить в $(1+r)^2$ раз дороже. Более того, он получит бонус за терпение в размере x рублей к концу второго года, если купит бумагу «Журавль в небе». Найдите, при каком значении x Лэву безразлично, какие бумаги покупать, если он хочет иметь на руках как можно больше денег через 2 года, ставка доходности $r = \frac{1}{3}$, а покупать можно только целое число акций.

   Ответ: 160.

   Решение:

   Если мы выбираем «Синицу в руке», то в первом году нам хватит денег только на одну бумагу. К началу второго года у нас будет 1200. На эти деньги мы купим еще 2 бумаги и к концу второго года получим 1600 рублей.

   Если мы выбираем «Журавля в небе», то спустя 2 года у нас будет $810 \cdot (1 + 1/3)^2 + x = 1440 + x$ рублей.

   Приравняем доходность, получим $x = 160$.

9. Фермер Кузя умеет выращивать кукурузу и подсолнухи. У него есть 55 квадратных метров грядок. Из каждого квадратного метра он может получить либо килограмм кукурузы, либо килограмм подсолнухов. Есть 2 рынка, на которых он продает свою продукцию, на рынке подсолнухов спрос можно описать функцией $Q_x = 22 - P_x$, на рынке кукурузы — $Q_y = 66 - P_y$. Фермер максимизирует свою прибыль. Считайте, что его издержки настолько малы, что ими можно пренебречь, и найдите максимальную прибыль фермера.

   Ответ: 1210.

   Решение:

   Промаксимизируем выручку на обоих спросах: $(22 - Q_x)Q_x + (66 - Q_y)Q_y \to max$. Это две независимые параболы, две вершины находятся в точках: $Q_x = 11, Q_y = 33$. Заметим, что эта точка находится под КПВ, поэтому она нам доступна. В то же время эта точка дает максимум выручки. В силу того, что нет издержек, это максимум прибыли. Поэтому ответ — 1210.

10. Кривая производственных возможностей Дон Кихота имеет вид $y = 12 - 4\sqrt{x}$. Рыночные цены товаров — $p_x = 2$ и $p_y = 3$. Какую максимальную выручку может получить Дон Кихот?

    Ответ: 36.

    Решение: Запишем функцию выручки. $TR = 2x + 3y = 2x + 36 - 12\sqrt{x}$. Это парабола ветвями вверх по $\sqrt{x}$, поэтому мы берем крайние точки по x. Если $x = 0$, то $y = 12$ и $TR = 36$. $y = 0$ при $12 - 4\sqrt{x} = 0$, то есть $x = 9$, тогда $TR = 18$. Следовательно, максимальная выручка равна 36.

11. В мире существуют три страны: Наф-Нато, Ниф-Нато и Нуф-Нато. Спросы и предложения в каждой из стран заданы уравнениями:

$$Q^d_{\text{Наф-Нато}} = 200 - 0.5P \quad Q^s_{\text{Наф-Нато}} = P$$

$$Q^d_{\text{Ниф-Нато}} = 400 - P \quad Q^s_{\text{Ниф-Нато}} = P$$

$$Q^d_{\text{Нуф-Нато}} = 1100 - P \quad Q^s_{\text{Нуф-Нато}} = P$$

Страны решили начать свободно торговать друг с другом. Найдите равновесную цену.

Ответ: 300.

Найдем суммарный спрос и суммарное предложение трех стран:

$$Q^D = 1700 - 2.5P \quad Q^S = 3P$$

Приравниваем, получаем ответ: $P = 1700/5.5$. Но можем заметить, что данная цена выше 200, а значит, потребители первой группы выходят из торговли. Соответственно, наш спрос сокращается до уровня $Q^D = 1500 - 2P$. Приравнивая к предложению, получаем равновесную цену $P = 300$.

Задания с развернутым ответом (решением), 4 задания по 11 баллов.

Задача 1.

На рынке выплавки стали действует фирма-монополист. Для осуществления своей деятельности фирма нанимает сталеваров, причем, наняв L человек, фирма производит $\sqrt{L}$ кг стали. Спрос на сталь задается функцией $Q = 2000 - P$. Предложение труда является абсолютно эластичным, монополист может нанять любое количество сотрудников, назначив им зарплату $w_0 = 99$.

1) (4 балла) Найдите количество нанятых сталеваров и выпуск монополиста.

2) (7 баллов) Государство решает обложить монополиста потоварным налогом по ставке t денежных единиц за каждый килограмм стали. Найдите ставку t^*, максимизирующую налоговые сборы, и вычислите, сколько денег государству удастся собрать с монополиста.

Решение 1:

(1) Запишем функцию спроса как $P = 2000 - Q$, заменим $Q = \sqrt{L}$. Запишем функцию прибыли монополиста в зависимости от L: $\pi = (2000 - \sqrt{L})\sqrt{L} - 99L = 2000\sqrt{L} - 100L \to max$. **(+2 балла)** Функция, которую мы максимизируем, — это парабола ветвями вниз, поэтому ее максимум находится в вершине: $\Rightarrow \sqrt{L}^* = 10 \Rightarrow L^* = 100$ **(+2 балла)**

(2) Функция прибыли с добавлением налога примет вид:

$$\pi = (2000 - t - \sqrt{L})\sqrt{L} - 99L = (2000 - t)\sqrt{L} - 100L \to max$$

(+2 балла) Это парабола ветвями вниз, поэтому максимум в вершине: $\sqrt{L}^* = \frac{2000-t}{200}$. **(+2 балла)** Вспомним, что $\sqrt{L}^* = Q^*$, и запишем налоговые сборы: $T = \frac{2000-t}{200}t \to max$ Функция налоговых сборов — это парабола ветвями вниз, поэтому максимум находится в вершине: $t^* = 1000 \Rightarrow T^* = 5000$ **(+3 балла)**.

Решение 2:

(1) $L = Q^2$. Запишем функцию прибыли монополиста: $\pi = (2000 - Q)Q - 99Q^2$ **(+2 балла)**. Это парабола ветвями вниз, поэтому максимум находится в вершине: $Q^* = 10 \Rightarrow L^* = 100$ **(+2 балла)**

(2) Функция прибыли с налогом примет вид: $\pi = (2000 - t - Q)Q - 99Q^2 = (2000 - t)Q - 100Q^2$ **(+2 балла)**. Это парабола ветвями вниз, поэтому максимум в вершине: $Q^* = \frac{2000-t}{200}$ **(+2 балла)** $T = \frac{2000-t}{200}t \to max$ Функция налоговых сборов — это тоже парабола ветвями вниз, поэтому находим $t* = 1000, T^* = 5000$ **(+3 балла)**

Каждый раз, когда не обосновывается максимум, снимается 1 балл. Достаточное обоснование — это либо слова о вершине параболы ветвями вниз, либо равенство нулю первой производной и отрицательность второй производной в точке оптимума.

Задача 2.

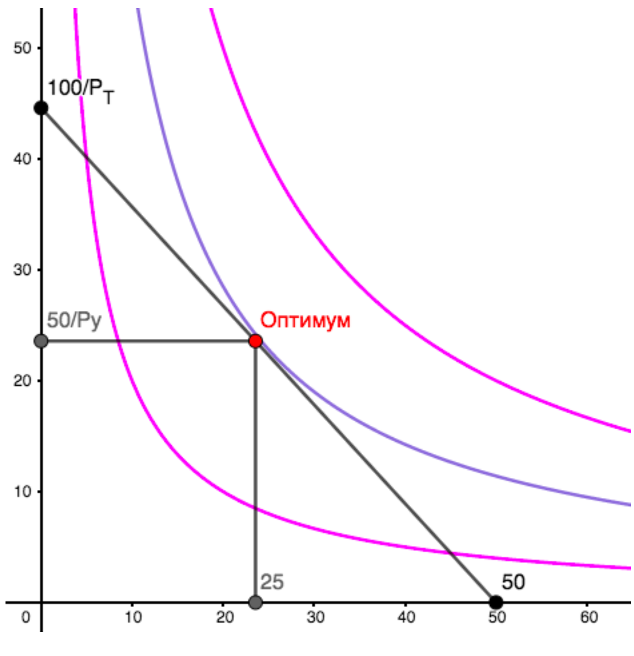
На монопольном рынке товара T спрос задается двумя потребителями, причем первый потребитель покупает только товары X и T, а второй — только товары Y и T. Пусть цена товаров X и Y известна заранее и равняется 1 для обоих товаров.

Доход каждого потребителя равен 100 и они максимизируют свою полезность, причем полезность первого задается уравнением $U_1 = XT$, где X и T — количество потребляемых товаров X и T соответственно. Полезность второго потребителя задается уравнением $U_2 = YT$, где Y и T — количество потребляемых Y и T соответственно.

Найдите максимальную прибыль монополиста, если он сам назначает цену товара T, а его издержки на производство равны нулю.

Hint (Чем больше значение полезности, тем потребителю лучше, именно поэтому он ее максимизирует. Например, если потребитель покупает $X = 2$ и $Y = 1$, полезность равняется 2, а если $X = 1$ и $Y = 1$, полезность равняется 1. Значит, набор товаров $X = 2$ и $Y = 1$ предпочтительнее набора товаров $X = 1$ и $Y = 1$)

Решение:
Для начала найдем спрос первого потребителя.
Способ 1
Заметим, что его бюджет ограничен, поэтому, если P_X и P_T — цены товаров X и T, то его бюджетное ограничение — это $P_xX + P_TT \leq 100$. (где 100 — количество денег, которое есть у каждого потребителя, а $P_xX + P_TT$ — количество денег, потраченных на потребление). Тогда, так как $P_x = 1$ из условия, бюджетное ограничение имеет вид $2X + P_TT \leq 100$ **(+1 балл)**. Заметим, что мы тратим весь доход, так как иначе мы могли бы увеличить потребление одного из товаров, увеличив полезность, поэтому $2X + P_TT = 100$. Тогда выразим X из ограничения и получим $X = \frac{100-P_TT}{2}$ **(+1 балл)**.
Подставив X в полезность, получим $U = XT = \frac{100-P_TT}{2}T = \frac{100T-P_TT^2}{2}$ **(+1 балл)**. Так как потребитель максимизирует свою полезность и не может влиять на цену, мы можем промаксимизирвать его полезность как выражение от T. Полезность — парабола с ветвями вниз, а значит, максимум достигается в вершине $T_d = \frac{-100}{-2 \cdot P_T} = \frac{50}{P_T}$ **(+1 балл)** (также можно промаксимизировать через производную, но балл ставится, если проверены знаки второй производной ИЛИ доказано, что производная меняет знак).
Способ 2
Бюджетные ограничения и кривые безразличия выглядят следующим образом:



где прямая — это бюджетное ограничение, а кривые (гиперболы) — кривые безразличия. Тогда $MU_T/MU_X = P_T/P_X$ (так как предельная полезность убывает) $\Rightarrow T_d = 50/P_T$.

Таким образом, если монополист назначит цену P_T, его выручка от первого потребителя при любой P_T составит $TR_1 = P_TT_d = P_T \cdot \frac{50}{P_T} = 50$ **(+1 балл)**

Чтобы найти спрос второго потребителя, участник может сказать, что ситуация со вторым потребителем аналогичная и что спрос $T_d = \frac{50}{P_T}$. (**+4 балла за условие, что выведен спрос первого**). ИЛИ вывести спрос заново:

Заметим, что бюджет второго потребителя ограничен, поэтому если P_Y и P_T — цены товаров Y и T, то его бюджетное ограничение — это $P_Y Y + P_T T \leq 100$. (где 100 — количество денег, которое есть у каждого потребителя, а $P_Y Y + P_T T$ — количество денег, потраченных на потребление). Тогда, так как $P_Y = 1$ из условия, бюджетное ограничение имеет вид $2Y + P_T T \leq 100$. Заметим, что мы тратим весь доход, так как иначе мы могли бы увеличить потребление одного из товаров, увеличив полезность, поэтому $2Y + P_T T = 100$. Тогда выразим Y из ограничения и получим $Y = \frac{100-P_T T}{2}$.
Подставив Y в полезность, получим $U = YT = \frac{100-P_T T}{2} T = \frac{100T - P_T T^2}{2}$. Так как потребитель максимизирует свою полезность и не может влиять на цену, мы можем промаксимизировать его полезность как выражение от T. Полезность — парабола с ветвями вниз, а значит, максимум достигается в вершине $T_d = \frac{-100}{-2 \cdot P_T} = \frac{50}{P_T}$ (также можно промаксимизировать через производную, но балл ставится, если проверены знаки второй производной ИЛИ доказано, что производная меняет знак).

Таким образом, выручка монополиста со второго потребителя $TR_2 = P_T T_d = P_T \cdot \frac{50}{P_T} = 50$ при любом значении цены. **(+1 балл)**
Выручка монополиста не зависит от цены и составляет $TR = TR_1 + TR_2 = 100$, издержки по условию равны 0, значит, прибыль $Pr = TR - TC = 100 - 0 = 100$, а значит, и максимальная прибыль также составит 100. **(+1 балл)**
Ответ: 100

Задача 3.

Индивидуальный предприниматель Остап продает товары X и Y на совершенно конкурентных рынках соответствующих товаров. Остап не несет никаких издержек на производство X и Y. Работая L_X часов над производством товара X, Остап получит $X(L_X) = \sqrt{L_X}$ товара X. Работая L_Y часов над производством товара Y, Остап получит $Y(L_Y) = L_Y$. Суммарно Остап может потратить на производство товаров 25 часов. Остап продает товар X по цене $p_X = 4$, а товар Y — по цене $p_Y = 1$.

1) (5 баллов) Постройте КПВ Остапа в производстве товаров X и Y.

2) (6 баллов) Найдите, какую максимальную сумму может получить Остап и сколько в этом случае он произведет товаров X и Y.

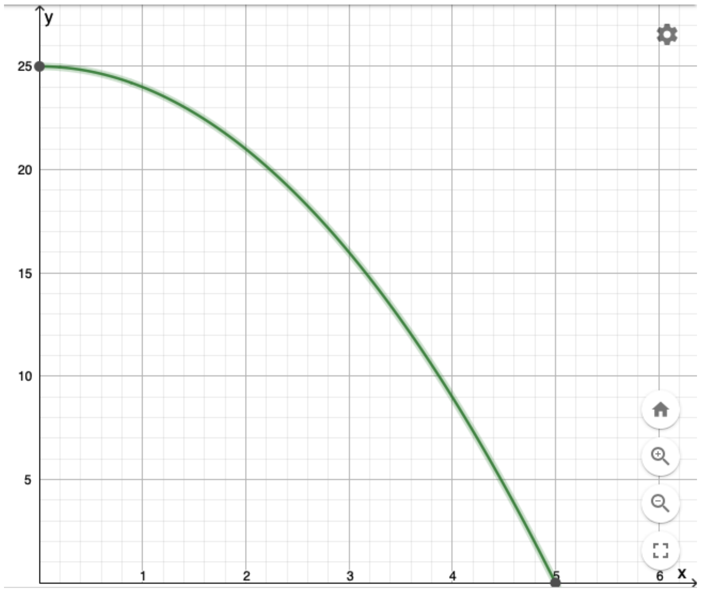
Решение

1) Заметим, что $L_X + L_Y \leq 25$.

$X(L_X) = \sqrt{L_X}$, значит $L_X(X) = X^2$, аналогично $L_Y(Y) = Y$.

Подставив полученные выражения в $L_X + L_Y = 25$, получим $X^2 + Y \leq 25$, так как КПВ — это граница производственных возможностей, ее уравнение будет описываться $X^2 + Y = 25$. (Также следует принимать аналогичные формы — $Y = 25 - X^2$; $X = \sqrt{25 - Y}$) **(+3 балла за получение уравнения)**

Построим полученную функцию:



(+2 балла за построение графика. Участники могут менять местами оси (при условии, что и сам график отражен корректно), брать любой масштаб при условии, что график остается верным)

2) *Решение 1*

Количество денег, которые Остап получает от продажи продукции, — $I = p_X \cdot X + p_Y \cdot Y$, при этом $Y = 25 - X^2$, подставим эту функцию в I:

$I = 4X + 25 - X^2$. Так как Остап хочет заработать наибольшее количество денег, следует максимизировать эту величину. Это парабола с ветвями вниз, ее максимум достигается в вершине $X^* = 2$, следовательно, $Y^* = 25 - 2^2 = 21$. (**+3 балла за найденные значения X и Y, +1 балл за обоснование максимизации**)

Найдем максимальную сумму, которую получит Остап: $I = 2 \cdot 4 + 21 \cdot 1 = 29$. (**+2 балла за ответ**)

Решение 2

Зависимость альтернативной стоимости X имеет вид $AC_X = 2X$. Так как $\frac{P_X}{P_Y} = 4$, Остап должен находиться в точке графика, в которой альтернативная стоимость производства X равна отношению цен (так как альтернативные издержки на КПВ возрастают), то есть $AC_X = \frac{P_X}{P_Y}$, значит, $X = 2$, а $Y = 21$. (**+4 балла за найденные значения X и Y**)

Найдем максимальную сумму, которую получит $I = 2 \cdot 4 + 21 \cdot 1 = 29$. (**+2 балла за ответ**)

Максимум за задание — **11 баллов.**

Задача 4.

В уездный город $\mathcal{N}$ в 1818 году приехал с проверкой ревизор. Как он узнал, все население в городе делится на семью Добчинских и семью Бобчинских. Ревизор решил оценить степень неравенства доходов между семьями. Ревизор узнал, что семья Бобчинских составляет 70 процентов населения города, но получает всего 30 процентов от суммарных доходов города.

1)(4 балла) Найдите коэффициент Джини этого города.

2)(7 баллов) В 1819 году ревизор вновь приехал с проверкой и определил, что коэффициент Джини уменьшился в 4 раза, семья Бобчинских все так же занимает 70 процентов населения города. Определите, какую долю суммарных доходов могут получать Бобчинские.

Решение:

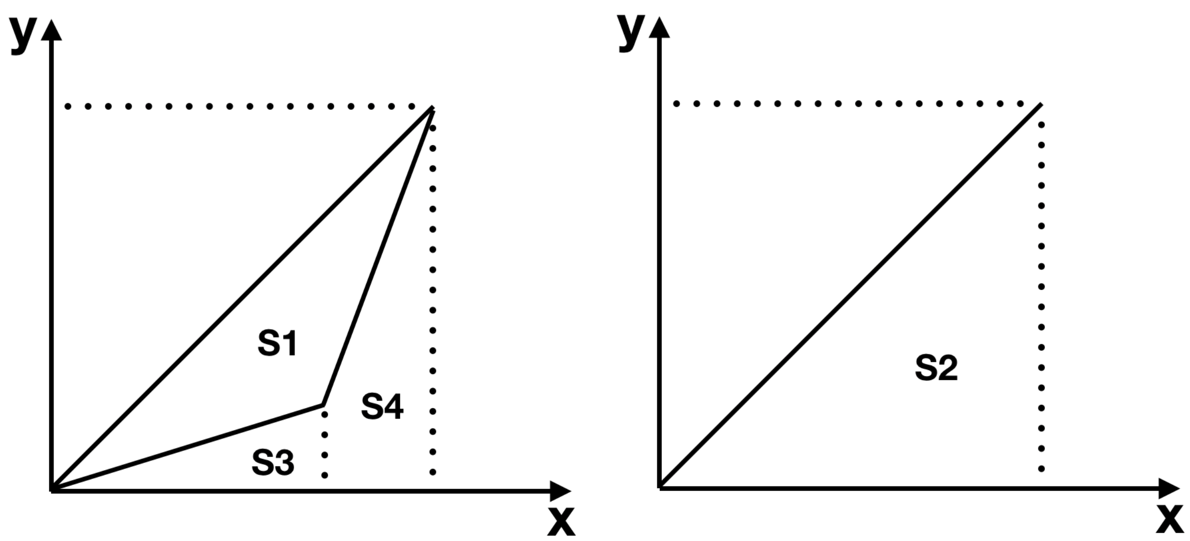
1)

Рассмотрим более общую трактовку задачи. У нас есть две группы, доля бедной в населении/количестве составляет x, доля в доходе — y. Докажем, что тогда коэффициент Джини составляет $G = x - y$.

Коэффициент Джини по определению — это отношение площади фигуры (S_1), образованной кривой абсолютного равенства ($y = x$) и кривой Лоренца, к площади треугольника, образованного кривой абсолютного равенства, осью $0x$ и прямой $x = 1$ (S_2). Таким образом, $G = S_1/S_2$. Но при этом площадь прямоугольного треугольника S_2 с катетами, равными единице, составляет $1/2$. Тогда $G = 2S_1$.

Теперь рассмотрим площадь S_1. Это часть треугольника с площадью $1/2$. А значит, мы можем для получения площади S_1 вычесть из треугольника S_2 площадь треугольника S_3, образованного кусочком кривой Лоренца до точки $(x; y)$, осью $0x$ и прямой $x = x$, и вычесть площадь S_4 оставшейся трапеции. Тогда индекс Джини $G = 2(1/2 - S_3 - S_4) = 1 - 2S_3 - 2S_4$.

Рассчитаем $S_3 = 1/2xy$, $S_4 = 1/2(y + 1)(1 - x) = 1/2(1 + y - x - xy)$. Тогда коэффициент Джини: $G = 1 - xy - (1 + y - x - xy) = x - y$.



Заметим, что в нашем случае семья Бобчинских занимает большую часть населения и 30 процентов доходов. Таким образом, она является беднейшей.

Тогда в первом пункте коэффициент Джини составляет $G_1 = x - y = 0.7 - 0.3 = 0.4$ (**4 балла**).

Заметим, что необязательно выводить в общем виде формулу $G = x - y$, она является общеизвестной. Данную задачу можно решать через расчет площадей, использование приведенной формулы не требуется.

(За арифметическую ошибку снимается 1 балл.)

2) Заметим, что индекс Джини уменьшился в 4 раза. Значит, он стал равен 0.1. Также мы знаем, что распределение долей рынка не изменилось.

Случай 1: бедные остались бедными. Тогда $x = 0.7$, $G = 0.1$, а значит, $0.7 - y = 0.1$, $y = 0.6$. И значит, в первом случае семья Бобчинских получает 60 процентов (0.6) от суммарных прибылей.

Случай 2: бедные стали богатыми, а богатые бедными — группы поменялись местами. Такое могло произойти, если, например, богатые потеряли часть своих доходов, а бедные получили большие доходы. Тогда в нашем случае новые бедные теперь составляют 30 процентов от общего количества, значит, $x = 0.3$, $G = 0.1$, а значит, $0.3 - y = 0.1$, $y = 0.2$. Но важно понимать, что $y = 0.2$ — это доходы бедной группы, а бедные теперь — семья Добчинских. Значит, семья Бобчинских получает 80 процентов (0.8) от суммарного дохода.

(За арифметическую ошибку снимается 1 балл. Если не рассмотрен случай перестановки групп местами (случай 2), снимается 4 балла. Если не рассмотрен случай первый, снимается 3 балла)

Ответ: 0.6 (60%) или 0.8 (80%).

Примечание: В качестве полного ответа принимаются только оба значения (либо в долях, либо в процентах).