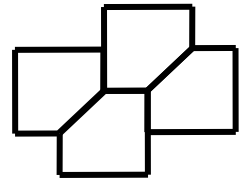


Игра «Домино». 5-6 класс. Решения. 17-18 декабря 2022 года.

0–0. Сколькими способами на доске 5×5 можно расположить 5 ферзей, чтобы они не били друг друга?

Способы, отличающиеся поворотами и симметрией, считаются различными. (Ответ: 10.)

0–1. Разрежьте фигурку, изображенную на рисунке справа, на 4 одинаковые части. Разрезание на рисунке справа



0–2. Сколькими способами прямоугольник 3×5 можно разрезать на прямоугольники 1×3 ? (Ответ: 4)

0–3. У Васи 100 монет, некоторые из них достоинством 1 рубль, некоторые — 5 рублей. Известно, что хотя бы одна монета пятирублевая, а из любых двух монет хотя бы одна — рублевая. Сколько денег у Васи? (Ответ 104 рубля)

0–4. Какова наименьшая сумма цифр числа, делящегося на 14? Ответ: 2. Решение: Допустим, что сумма цифр 1. Тогда число имеет вид $100\dots 0$ с неотрицательным количеством нулей. Видно (при делении в столбик), что такое число не будет делиться на 7, независимо от количества нулей, а значит, число не делится на 14. Пример на 2: 10010.

0–5. В записи $12345+678910$ вычеркните четыре цифры так, чтобы получилась наименьшая сумма. Из каждого числа нужно вычеркнуть хотя бы по одной цифре. Какая сумма получится? (Ответ 1844)

0–6. В комнате стоят несколько четырехногих стульев и трехногих табуреток. Когда на всех стульях и табуретках сидит по человеку, в комнате всего 39 ног. Сколько в комнате стульев и сколько табуреток? Ответ: стульев 4, табуреток 3. Решение: Пусть количество табуреток x , а количество стульев y . Тогда всего людских ног $2(y+x) = 2y+2x$. Всего ног у стульев $4y$, а у табуреток $3x$. Тогда всего ног $6y+5x = 39$. Видно, что y имеет остаток 4 при делении на 5. Но если $y=9$ или больше, то y уже больше 39. Значит $y=4$. Тогда $x=3$.

1–1. На кабинках колеса обозрения написаны номера 1, 2, 3, 4, ... Когда кабинка с номером 25 находится в верхней точке колеса, кабинка с номером 8 находится в самой нижней точке. Сколько кабинок на колесе обозрения? Ответ: 34.

1–2. В пяти мисках 100 орехов. В первой и второй мисках вместе 52 ореха, во второй и третьей – 43, в третьей и четвертой – 34, в четвертой и пятой – 30. Сколько орехов в третьей миске? Ответ: 18.

1–3. Четыре последовательных натуральных числа дают в произведении 1680. Какие это числа? (Ответ: 5, 6, 7, 8)

1–4. Средний возраст 11 футболистов московского Динамо 22 года. Когда один из них покинул команду, средний возраст футболистов стал 21 год. Сколько лет этому футболисту? Ответ: 32. Решение: Пусть сумма возрастов всех остальных футболистов x , а возраст бывшего футболиста y . Тогда $(x+y)/11=22$, $x/10=21$. Тогда $x+y=242$. $x=210$. $y=242-210=32$.

1–5. Каждая цифра восьмизначного натурального числа N больше стоящей слева от неё цифры. Найдите все возможные суммы цифр числа N . Ответ: от 36 до 44. Наименьшая сумма получится, если все цифры числа будут наименьшими, то есть число будет 12345678. Наибольшая сумма получится, если все цифры числа будут наибольшими, то есть число будет 23456789. Любую сумму от 36 до $36 + x$, можно увеличить последние x цифр числа на 1, x не больше 8.

1–6. Сколькими способами можно разбить на пары числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 так, чтобы разности большего и меньшего чисел во всех парах были одинаковы? Ответ: 3 способа. Посмотрим, с кем в паре стоит 1. Если это 6, 7, или 8, то 4 не может стоять ни с кем. Если 1 с 4, то 2 с 5, 3 с 6. Но тогда остаются 7 и 8 и условие не выполняется. В остальных случаях, когда 1 с 2, 1 с 3 и 1 с 5, есть по одному примеру.

2–2. На восьмое марта каждый из 10 мальчиков класса подарил по цветку 8 одноклассницам. Известно, что каждая девочка получила по 5 цветков. Сколько всего девочек в классе? Ответ: 16. Решение: Всего было подарено $8 \cdot 10 = 80$ цветков. Каждая девочка получила по 5 цветков, значит, всего девочек $80/5 = 16$.

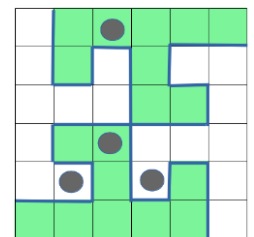
2–3. Сколько имеется способов полностью покрыть фигуру на рисунке доминошками 1×2 без наложений? Ответ: 16.

2–4. Один покупатель купил несколько товаров в магазине «Всё за 30 рублей», а второй — в магазине «Всё за 40 рублей». Оба потратили поровну денег, но первый купил на один товар больше. Сколько потратил каждый? (Ответ: 120)

2–5. Вася выписал числа от 1 до 100. Под каждым числом он записал произведение его цифр. Сколько полученных произведений содержат в своей записи ноль? Ответ: 18. Все выписанные произведения чисел не более чем двузначные, и ноль будет в записи, если произведение делится на 10. Тогда ноль будет в произведениях под 10, 20 ... 100 (10 штук), а также если одна из чисел пятерка, а другая четная: 25, 45, 65, 85 (4 штуки) 52, 54, 56, 58 (4 штуки).

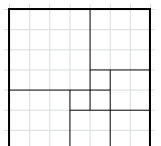
2–6. В круг встали 30 школьников. Каждый школьник по очереди, начиная с Вани, сказал своему правому соседу число. Причём мальчик мальчику говорил число на 1 меньше, чем услышал, а девочка девочке — на 1 большее. В остальных случаях школьники говорили то, что услышали. Сколько было девочек, если Ване сообщили число на 5 большее, чем он сказал вначале? Ответ: 17.

3–3. Два рыцаря и несколько лжецов встали в круг так, чтобы каждый из них мог произнести фразу «Оба моих соседа - лжецы». Сколько могло быть лжецов? Укажите все варианты. (Ответ: 2, 3, 4)



3–4. Разрежьте квадрат на 4 одинаковые части, чтобы в каждой было по одному кружку. См рисунок справа.

3–5. В десятичной записи числа 5876 использованы четыре последовательные цифры. Сколько всего существует таких четырёхзначных чисел? Ответ: 162. Если среди четырех цифр есть ноль, то 0, 1, 2, 3. Первой может быть любая из трех цифр кроме нуля, следующей любая из оставшихся трех, третьей любая из двух оставшихся. Всего $3 \times 3 \times 2 = 18$. Если же среди чисел нет нуля, то таких четверок всего 6. В каждой из них возможен любой порядок цифр, всего 24 числа. Значит, общий ответ $24 \times 6 + 18 = 162$.



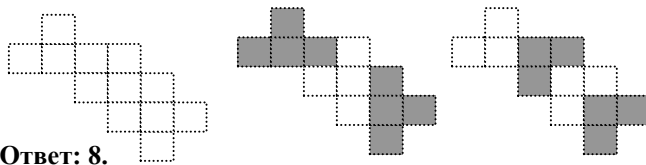
3–6. Отцу и двум его сыновьям вместе 48 лет. Через 5 лет возраст отца будет в два раза больше суммы возрастов его сыновей, а Коле будет столько лет, сколько Юре сейчас. Сколько лет отцу, Коле и Юре? Ответ: 37, 3, 8

4–4. Сколькими способами можно разменять 19 рублей более мелкими монетами, если есть монеты в 1, 2, 5 и 10 рублей? **Ответ: 34.**

4–5. На какое наименьшее число квадратов можно разрезать по линиям сетки клетчатый квадрат 7×7 ? Приведите ответ и пример. **Ответ: 9. Пример справа на рисунке.**

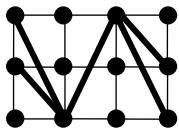
4–6. Клетчатую фигуру можно разрезать на одинаковые трехклеточные фигуры. Также ее можно разрезать на одинаковые четырехклеточные фигуры. Но ее нельзя разрезать на двухклеточные фигуры (доминошки). Приведите пример такой фигуры. **(см рисунок. Очевидно, на доминошки нельзя разбить. Возможны и другие подобные примеры.)**

5–5. Граждане выстроились в очередь в пункт приёма стеклотары. У стоящих перед Петром в совокупности 25 бутылок, а у стоящих за ним – 15. У стоящих перед Василием в совокупности 17 бутылок, а у стоящих за ним – 19. У Петра и Василия вместе 12 бутылок. Сколько бутылок у гражданина, стоящего перед Петром? *(Граждан без бутылок в очереди нет.)* **Ответ: 8.**



Пусть количество бутылок: у Петра – P , а у Василия – B . Из условия задачи следует, что $25 + P + 15 = 17 + B + 19$, то есть $B - P = 4$. Так как $B + P = 12$, то $B = 8, P = 4$. Заметим, что количество бутылок у тех, кто стоит перед Василием вместе с бутылками Василия в точности равно количеству бутылок у тех, кто стоит перед Петром. Следовательно, перед Петром стоит как раз Василий.

5–6. На доске написаны числа от 1 до 100. Каждым действием выбирают какие-то два числа на доске и вместо них записывают наименьший простой делитель их суммы. Через 99 действий осталось одно число. Каким может быть это число? Найдите все варианты и докажите, что других нет. **Ответ: 2. Решение. На доске 50 нечётных чисел. При указанной операции количество нечётных чисел либо не изменяется, либо уменьшается на два. Таким образом их на доске всегда чётное число, то есть в конце процесса их не будет вовсе. Значит на доске останется чётное число, полученное в результате описанной операции --- то есть чётное простое число.**



6–6. В клетчатом прямоугольнике 3×2 отметили все вершины клеток. Разрежьте его на шесть треугольников с вершинами в отмеченных точках так, чтобы получилось два треугольника с тупым углом, два треугольника с прямым углом и два треугольника, в которых все углы острые. **(Ответ показан на рисунке слева)**