

Телепроект «МОЯ ШКОЛА в online»

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

# МАТЕМАТИКА ПРОФИЛЬ

11 класс. ЕГЭ.

Урок № 30

Простейшие задачи  
олимпиадного характера (задание 19аб).

Павлов Андрей Николаевич,  
председатель предметной комиссии ЕГЭ по  
математике Московской области

В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавший тест, перешел из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) **Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?**

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился в 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%.

**Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?**

в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%.

**Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.**

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: <ul data-bbox="87 609 1036 743" style="list-style-type: none"><li>• Обоснованное решение пункта а;</li><li>• Обоснованное решение пункта б;</li><li>• Искомая оценка в пункте в;</li><li>• Пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки</li></ul>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

# Задача 1

Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 22?

## Задача 2

Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n > 3$ ).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?

б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 1000?

### Задача 3

На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа  $a$  и  $b$ , записанные на доске, заменяются на два числа: или  $a + b$  и  $2a - 1$ , или  $a + b$  и  $2b - 1$  (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).

а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 19.

б) Может ли после 100 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 200?

## Задача 4

Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 73 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

- а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?
- б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?

## Задача 5

На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 2, или на цифру 6. Сумма написанных чисел равна 2454.

- а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 2 и на 6 ?
  
- б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 6?



УСПЕХОВ  
НА ЕГЭ !!!