

Телепроект «МОЯ ШКОЛА в online»

ГОТОВИМСЯ К ОГЭ

# МАТЕМАТИКА

9 класс

Урок №1

## Числовая прямая, неравенства

Пруленцова Мария Романовна,  
учитель математики Гимназии  
им. Е.М. Примакова

Что мы сегодня  
будем изучать?

Числовая прямая, неравенства

# Добрый день, дорогие девятиклассники!

Сегодня мы с вами будем повторять материал по теме: «Числовая прямая, неравенства».

И начнем мы со следующих определений:

**Положительное рациональное число** – это число вида  $\frac{k}{n}$ ,  
где  $k, n$  – натуральные числа.

**Отрицательное рациональное числа** – это число вида  $-\frac{k}{n}$ ,  
где  $k, n$  – натуральные числа.

**Рациональное число** – это число вида  $\frac{k}{n}$ ,  
где  $k$  – целое, а  $n$  – натуральное число.

Положительные числа называют большими нуля, а отрицательные – меньшими нуля. Для краткой записи мы используем знаки неравенства  $>$  – больше,  $<$  – меньше

**Если**  $a > 0, b > 0 \Rightarrow a + b > 0, a * b > 0, \frac{a}{b} > 0, \frac{b}{a} > 0$   
 $a < 0, b < 0 \Rightarrow a + b < 0, a * b > 0, \frac{a}{b} > 0, \frac{b}{a} > 0$   
 $a > 0, b < 0 \Rightarrow a * b < 0, \frac{a}{b} < 0, \frac{b}{a} < 0$   
 $a < 0, b > 0 \Rightarrow a * b < 0, \frac{a}{b} < 0, \frac{b}{a} < 0$

**Если**  $a * b > 0$   $a > 0$   $a < 0$   
 (если  $\frac{a}{b} > 0, \frac{b}{a} > 0$ )  $\Rightarrow$   $b > 0$  или  $b < 0$

**Если**  $a * b < 0$   $a > 0$   $a < 0$   
 (если  $\frac{a}{b} < 0, \frac{b}{a} < 0$ )  $\Rightarrow$   $b < 0$  или  $b > 0$

Если число  $a$  больше  $b$ , то пишут  $a > b$ ;  
если  $a$  меньше  $b$ , то пишут  $a < b$

## Правило:

1) Неравенство  $a > b$  означает, что разность  $a - b$  положительна, т.е.  $a - b > 0$ .

2) Неравенство  $a < b$  означает, что разность  $a - b$  отрицательна, т.е.  $a - b < 0$ .

# Примеры:

1. Сравнить числа  $0,67$  и  $\frac{4}{5}$ .

**Решение:**  $0,67 - 0,8 = -0,13$ , значит  $0,67 < \frac{4}{5}$ .

2. Сравнить числа  $-\frac{13}{40}$  и  $-0,35$ .

**Решение:**

$-\frac{13}{40} - (-0,35) = -0,325 + 0,35 = -0,025$ , значит  $-\frac{13}{40} < -0,35$ .

# Основные свойства числовых неравенств:

## Теорема 1

Если  $a > b$  и  $b > c$ , то  $a > c$ . + геометрический смысл теоремы

## Теорема 2

Если к **обеим частям** неравенства прибавить **одно и то же** число, то знак неравенства **не изменится**.

## Следствие 1

Если из **обеих частей** неравенства вычесть **одно и то же** число, то знак неравенства **не изменится**.

## Следствие 2

**Любое слагаемое** можно **перенести** из одной части неравенства в другую, **изменив знак** этого слагаемого **на противоположный**.

# Теорема 4

Если обе части неравенства **умножить** на одно и то же **положительное** число, то знак неравенства **не изменится**.

Если обе части неравенства **умножить** на одно и то же **отрицательное** число, то знак изменится **на противоположный**.

## Следствие

Аналогично **теореме 4** формулируется **теорема про деление** на положительное и отрицательные числа.

1. Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях  $a$  и  $b$ , удовлетворяющих условию  $a > 2b$ ?

1)  $a - b > 0$ , 2)  $b - a < -3$ , 3)  $\frac{a}{2} - b > -1$ , 4)  $a + b > -2$

2. О числах  $a$  и  $c$  известно, что  $a < c$ . Какое из следующих неравенств неверно?

1).  $a - 31 < c - 31$

2).  $a + 34 < c + 34$

3).  $-\frac{a}{10} < -\frac{c}{10}$

4).  $\frac{a}{19} < \frac{c}{19}$

3. О числах  $a$  и  $c$  известно, что  $a < c$ . Какое из следующих неравенств неверно?

1).  $\frac{a}{24} < \frac{c}{24}$

2).  $a + 34 < c + 34$

3).  $a - 16 < c - 16$

4).  $-\frac{a}{30} < -\frac{c}{30}$

4. На координатной прямой изображены числа  $a$  и  $c$ . Какое из следующих неравенств неверно?



1).  $a + 17 > c + 14$

2).  $a - 21 > c - 21$

3).  $-a < -c$

4).  $\frac{a}{11} < \frac{c}{11}$

Разделить обе части данного неравенства на  
указанное число (**49-50**).

**49.** 1).  $-2 < 5$  на 2;

2).  $4,5 > -10$  на 5

3).  $-25 > -30$  на 5;

4).  $-20 < -12$  на -4

**50.** 1).  $1,2a < 4,8$  на 1,2;

2).  $2,3a < -4,6$  на 2,3

3).  $-\frac{2}{3x} < -\frac{1}{4}$  на  $-\frac{2}{3}$

4).  $-\frac{3}{4x} < \frac{1}{3}$  на  $-\frac{3}{4}$

Неравенства, содержащие знак  $>$ ,  $<$  –  
называют **строгими**.

Неравенства, содержащие знак  
 $\geq$  (больше или равно),  $\leq$  (меньше или равно) –  
называют **нестрогими**.

**Найти наибольшее целое число  $x$ , удовлетворяющее  
неравенству:**

$$1). \frac{x}{6} \leq 1;$$

$$2). \frac{x}{4} < -2$$

# Действия с неравенствами

1). Неравенства одинакового знака можно почленно складывать.

$$\begin{array}{l} + a > b \\ c > d \\ \hline a + c > b + d \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{l} + a < b \\ c > d \\ \hline a + c < b + d \end{array}$$

2). Неравенства противоположных знаков можно почленно вычитать, оставляя знак того неравенства, из которого производится вычитание.

$$\begin{array}{l} - a > b \\ c < d \\ \hline a - c > b - d \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{l} - a < b \\ c > d \\ \hline a - c < b - d \end{array}$$

3). Неравенства одинаковых знаков с положительными членами можно почленно умножать.

$$a > b > 0 \quad c > d > 0, \quad \text{то} \quad ac > bd$$

**59.** Верно ли, что:

- 1). Если  $x > 7$  и  $y > 4$ , то  $x + y > 11$ ;
- 2). Если  $x > 5$  и  $y > 8$ , то  $xy < 40$ ;
- 3). Если  $x < -7$  и  $y < 7$ , то  $x + y < 0$ ;
- 4). Если  $x < 2$  и  $y < 5$ , то  $xy < 10$ .

**60.** Выполнить сложение неравенств.

- 1).  $5 > -8$  и  $8 > 5$ ;
- 2).  $-8 < 2$  и  $3 < 5$
- 3).  $3x + y < 2x + 1$  и  $3y - 2x < 14 - 2a$ ;
- 4).  $3x^2 + 2y > 4a - 2$  и  $5y - 3x^2 > 3 - 4a$

**61.** Выполнить умножение неравенств

- 1).  $2^2_3 > 1^1_3$  и  $12 > 6$ ;
- 2).  $6^1_4 < 9^2_3$  и  $4 < 6$ ;
- 3).  $x - 2 > 1$  и  $x + 2 > 4$ ;
- 4).  $4 < 2x + 1$  и  $3 < 2x - 1$

Неравенства вида:  $ax > b$ ,  $ax < b$ ,  $ax \geq b$ ,  $ax \leq b$ , в которых  $a, b$  — заданные числа, а  $x$  — неизвестное, называют линейными неравенствами с одним неизвестным.

Решить неравенство значит **найти** все его **решения** или установить, что их **нет**.

Давайте узнаем, как можно записать различными способами числовые промежутки:

# Различные варианты числовых промежутков

$x < 4$	$(-\infty, 4)$	открытый луч	
$x > -2$	$(-2, +\infty)$	открытый луч	
$x \geq 5$	$[5, +\infty)$	луч	
$x \leq 1$	$(-\infty, 1]$	луч	
$1 < x < 3$	$(1, 3)$	интервал	
$1 \leq x < 3$	$[1, 3)$	полуинтервал	
$1 \leq x \leq 3$	$[1, 3]$	отрезок	

## Решить неравенство (90-91)

90. 1).  $x+2 \geq 15$ ;      2).  $x-6 < 8$ ;      3).  $3 \leq y+6$ ;  
4).  $-4 > 5-y$ ;      5).  $2z \geq z-7$ ;      6).  $3z \leq 2z+4$ .

91. 1).  $12x > -36$ ;      2).  $-7x \leq 56$ ;      3).  $\frac{y}{4} \leq 7$ ;  
4).  $-5 < \frac{z}{3}$ ;      5).  $7,2z > -27$ ;      6).  $-4,5x \geq 9$ .

Материалы, рекомендованные  
к самостоятельному повторению:

