

Телепроект «МОЯ ШКОЛА в online»

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

МАТЕМАТИКА ПРОФИЛЬ

11 класс

Урок №22

Задачи

на концентрации и смеси

Брославская Ольга Николаевна,
учитель математики
Физтех-лицей им. П.Л. Капицы

Задачи на проценты

Чтобы найти проценты от данного числа, надо:

a) Выразить проценты в виде дроби;

b) Умножить данное число на эту дробь

a составляет **p%** от **b** =>

$$a = \frac{p}{100} \cdot b$$

Задача 1

Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200 000 рублей. Митя внес 12% уставного капитала, Антон – 42 000 рублей, Гоша – 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. **Какая сумма от прибыли 1000 000 рублей причитается Борису.** Ответ дайте в рублях.



Решение задачи

Уставной капитал $100\% = 1$

Митя внес – $12\% = 0,12$ уставного капитала

Антон внес $\frac{42000}{200000} = 0,21$ уставного капитала

Гоша внес $0,12$ уставного капитала

Борис внес $1 - 0,12 - 0,12 - 0,21 = 0,55$ уставного капитала

Прибыль $1000\ 000$ рублей

$0,55 \cdot 1000\ 000 = 550\ 000$ рублей из прибыли получает
Борис

Ответ : $550\ 000$ рублей

Процентное сравнение величин

При сравнении двух величин за 100 % принимается та, с которой производится сравнение.

В задачах на проценты **сначала следует понять, какая величина принимается за 100 %.**

Задача 2

Семь рубашек дешевле куртки на 2%.

На сколько процентов десять рубашек дороже куртки?



Решение задачи

Выразим стоимость рубашек в процентах от стоимости куртки.

1 куртка – 100%

7 рубашек – 100% - 2% = 98%

1 рубашка – 98% : 7% = 14%

10 рубашек – 14% · 10 = 140%

Десять рубашек дороже куртки на: 140% - 100% = 40%

Ответ: 40%

Задача 2

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 192%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вчетверо, общий доход семьи сократился бы на 6%. **Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?**

	Доход (%)	Доход (%)	Доход (%)
Муж	x	$4x$	x
Жена	y	y	y
Дочь	z	z	
Семья	$x+y+z$	$4x+y+z=100+192$	

Решение задачи (I способ)

$$\bullet \begin{cases} x + y + z = 100 \\ 4x + y + z = 192 \end{cases}$$

$$3x = 192$$

$$x = 64$$

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x + y + \frac{z}{4} = 94 \end{cases}$$

$$\frac{3}{4}z = 6$$

$$z = 6 : \frac{3}{4}$$

$$z = 8$$

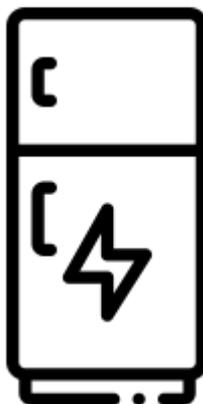
$$100 - (64 + 8) = 28\%$$

Ответ: ~~каждый~~ составляет 28%

Сложные проценты.

Задача 4

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. **Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника**, если, выставленный на продажу за 20 900 рублей, через два года был продан за 16 929 рублей.



Решение задачи

$$A = A_0 \cdot \left(1 - \frac{P}{100}\right)^n$$

A_0 - начальное условие

A - конечный результат

P - процент понижения
(ежегодно)

n - срок

$A_0 = 20\,900$ рублей

$A = 16\,929$ рублей

P - процент понижения
(ежегодно)

$n = 2$ года

$$16929 = 20900 \cdot \left(1 - \frac{P}{100}\right)^2$$

$$\left(1 - \frac{P}{100}\right)^2 = \frac{16\,929}{20\,900}$$

$$\left(1 - \frac{P}{100}\right)^2 = \frac{81}{100}$$

$$1 - \frac{P}{100} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{P}{100} = \frac{1}{10}$$

$$P = 10$$

Ответ:

цена холодильника

Задачи на концентрацию

Массовой концентрацией C_A вещества А в смеси называется отношение массы m_A этого вещества к общей массе M :

$$C_A = \frac{m_A}{M}, \quad m_A = C_A * M, \quad M = \frac{m_A}{C_A}$$

Массовым процентным содержанием вещества А в данной смеси называется величина

$$P_A = (C_A * 100)\%$$

Если смесь массы M состоит из веществ А и В (имеющие массы соответственно m_A и m_B), то имеют место следующие равенства:

$$C_A = \frac{m_A}{M} = \frac{m_A}{m_A + m_B}; \quad C_B = \frac{m_B}{M} = \frac{m_B}{m_A + m_B}$$
$$C_A + C_B = 1; \quad P_A + P_B = 100\%$$

Задача 5

В сосуд, содержащий 8 литров 24-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 4 литра воды. **Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?**

	Первый раствор	Вода	Новый раствор
Общий объем (л)	8	4	12
Процентное содержание вещества(%)	24	0	?
Объем вещества (л)		0	

$$12 - 100\%$$

$$\frac{8 \cdot 24}{100} - c\%$$

$$c\% = \frac{8 \cdot 24 \cdot 100}{100 \cdot 12} = 16\%$$

Ответ: **концентрация полученного раствора составляет 16%**

Задача 6

В свежих грибах 70% влаги, а в сушеных 10%.

Сколько килограммов свежих грибов надо собрать для того, чтобы получить 30 кг сушеных?

	Масса, в кг	Содержание, в %	
		воды	Сухого вещества
Свежие грибы	?	70	100-70
Сухие грибы	30	10	100-10

Решение задачи

$100\% - 10\% = 90\%$ - сухое вещество в сухих грибах

Найдем 90% от 30 кг – $\frac{30 \cdot 90}{100} = 27$ кг (масса) сухого вещества

27 кг сухого вещества в свежих грибах составляют 30%:
 $27 : 30 \cdot 100 = 90$ (кг)

Ответ: масса свежих грибов 90 кг

При решении этих задач **следует, помнить что все тела, вещества, продукты, содержат в себе воду, которой свойственно испаряться.** Поэтому при решении задач данного типа надо разделять данное вещество на воду и «сухой остаток». **Количество воды может меняться, масса сухого вещества всегда остается неизменной.**

Задача 7

Первый сплав содержит 15% меди, второй – 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 45 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 35% меди. **Найдите массу третьего сплава.**

Пусть x кг – масса первого сплава.

	Первый сплав (кг)	Второй сплав (кг)	Новый сплав (кг)
Общая масса (кг)	x	$x+45$	$2x+45$
Процентное содержание меди(%)	15	40	35
Масса меди (кг)			

Решение задачи

$$\frac{15x}{100} + \frac{40(x + 45)}{100} = \frac{35(2x + 45)}{100}$$

$$15x + 40(x + 45) = 35(2x + 45) / :5$$

$$3x + 8x + 8 \cdot 45 = 7 \cdot 2x + 7 \cdot 45$$

$$8 \cdot 45 - 7 \cdot 45 = 14x - 3x - 8x$$

$$45 \cdot (8 - 7) = 3x$$

$$X = 45 : 3$$

$$X = 15$$

Масса третьего сплава равна: $2 \cdot 15 + 45 = 75$ кг

Задача 8

Имеются два сосуда. Первый содержит 55 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 75% кислоты. **Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?**

	I раствор	II раствор	I смесь
Общая масса (кг)	55	20	75
Концентрация кислоты	x	y	0,68
Масса чистой кислоты (кг)	$55x$	$20y$	

Решение задачи

Используя массу чистой кислоты получим: $55x+20y=51$

Составим вторую таблицу, взяв для удобства вычислений по 100 кг первого и второго раствора

Используя массу чистой кислоты получим:

$$100x+100y=150$$

	I раствор	II раствор	2 смесь
Общая масса (кг)	100	100	200
Концентрация кислоты	x	y	0,75
Масса чистой кислоты (кг)	100x	100y	

Решение задачи

$$\begin{cases} 55x + 20y = 51 \\ 100x + 100y = 150 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55x + 20y = 51 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55x + 10 \cdot 2y = 51 \\ 2y = 3 - 2x \end{cases}$$

$$55x + 10(3 - 2x) = 51$$

$$55x + 30 - 20x = 51$$

$$35x = 21$$

$$x = \frac{21}{35} = \frac{3}{5} = 0,6 = >60\%$$

Ответ в первом сосуде содержится 60% кислоты