

Телепроект «МОЯ ШКОЛА в online»

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

МАТЕМАТИКА ПРОФИЛЬ

11 класс

Урок №21

Задачи на производительность.

Брославская Ольга Николаевна,
учитель математики
Физтех-лицей им. П.Л. Капицы

Типы задач на производительность

Явный объем работы

Неявный объем работы

В задачах на производительность присутствуют три параметра:

Производительность (**N**)

Работа (**A**)

Время (**t**)

Все три величины связаны между собой формулой

$$A = N * t$$

Все величины (объем работы, производительность, время) считаются положительными

К задачам на работу относят также задачи на заполнение резервуаров.

В качестве произведенной работы рассматривают объем перекаченной жидкости.

Явный объем работы

**Задачи, в которых
выполняемый объем известен
или его нужно найти**

Задача 1

Заказ на 195 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 2 детали больше.

	A (всего деталей)	P(v)	t (ч)
I рабочий	195	X+2	
II рабочий	195	X	

На 2 часа <

X – количество деталей в час II рабочий (производительность II рабочего)
 $X > 0$

Решение задачи

$$\frac{195}{x} - \frac{195}{x+2} = 2$$

$$\frac{195}{x} - \frac{195}{x+2} = 2 \quad / \cdot x(x+2)$$

$$195(x+2) - 195x = 2x(x+2)$$

$$195 \cdot 2 = 2x(x+2)$$

$$195 = x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2x - 195 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 195 = 196$$

$x_1 = -1 + 14 = 13$, $x_2 = -1 - 14 = -15 < 0$ не удовлетворяет

Ответ: 13 деталей

Задача 2

На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

	A (д)	N (д/ч)	t (ч)
I рабочий	475	X	
II рабочий	550	X-3	

На 6 часа <

X – количество деталей в час II рабочий (производительность II рабочего)
 $X > 0$

Решение задачи

$$\frac{550}{x-3} - \frac{475}{x} = 6$$

$$550 \cdot x - 475(x-3) = 6 \cdot x(x-3)$$

$$550x - 475x + 475 \cdot 3 = 6 \cdot x(x-3)$$

$$75x + 475 \cdot 3 = 6x(x-3) / :3$$

$$25x + 475 = 2x^2 - 6x$$

$$2x^2 - 31x - 475 = 0$$

$$D = 961 + 2 \cdot 4 \cdot 475 = 4761$$

$$X_1 = \frac{31+69}{4} = 25, X_2 = \frac{31-69}{4} = -9,5 < 0$$

Ответ : первый рабочий делает 25 деталей в час

Неявный объем работы

Объем работы не указывается и не является искомым.

Объем всей работы, который должен быть выполнен, принимается за единицу.

Задача 3

Два промышленных фильтра, работая одновременно очищают цистерну воды за 30 минут. Определите, за сколько минут второй фильтр очистит цистерну воды, работая отдельно, если известно, что он сделает это на 25 минут быстрее, чем первый.

	A	P	t (мин)
I фильтр	1		$X+25$
II фильтр	1		X
I+II фильтры	1		30

Решение задачи

$$\frac{1}{x+25} + \frac{1}{x} = \frac{1}{30}, x > 0$$

$$30x + 30(x+25) = x^2 + 25x$$

$$30x + 30x + 750 = x^2 + 25x$$

$$x^2 - 35x - 750 = 0$$

$$D = 1225 + 4 * 750 = 4225$$

$$x_1 = \frac{35 + 65}{2} = 50, x_2 = \frac{35 - 66}{2} = -15 < 0$$

Ответ: второй насос очистит цистерну за 50 минут

Задача 4

Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий – за 14 минут, а первый и третий – за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Пусть x, y, z – производительность соответственно первого, второго, третьего насосов.

	A	N	t
I+II	1	$x+y$	
I+III	1	$x+z$	
II+III	1	$y+z$	
I+II+III	1	$x+y+z$	

$$x > 0, y > 0, z > 0$$

$$\begin{cases} x + y = \frac{1}{9} \\ x + z = \frac{1}{18} \\ y + z = \frac{1}{14} \end{cases}$$

Решение задачи

$$2x+2y+2z = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{14}$$

$$2 \cdot (x+y+z) = \frac{2+1}{18} + \frac{1}{14}$$

$$2 \cdot (x+y+z) = \frac{1}{6} + \frac{1}{14}$$

$$2 \cdot (x+y+z) = \frac{7+3}{42}$$

$$x+y+z = \frac{10}{42 \cdot 2} = \frac{5}{42}$$

$$\frac{1}{x+y+z} = \frac{42}{5} = 8,4 \text{ минуты}$$

Ответ : 8,4 минуты

Задача 5

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых дома. В первой бригаде было 3 рабочих, а во второй 11 – рабочих. Через 2 дня после начала работы в первую бригаду перешли 6 рабочих из второй бригады, в результате чего оба дома были построены одновременно. **Сколько дней потребовалось, чтобы закончить работы в новом составе?**

	P	n (кол-во рабочих)	t	A
I бригада	$3x$	3	2	
II бригада	$11x$	11	2	
I бригада	$9x$	$3+6=9$	t	
II бригада	$5x$	$11-6=5$	t	

Объем работы равен 1 дому.

Пусть объем работы равен 1

X - количество работы каждого рабочего за 1 день

$X > 0, t > 0$

Решение задачи

$$2 \cdot 3x + 9x \cdot t = 1$$

$$11 \cdot 2x + 5x \cdot t = 1$$

$$6x + 9xt = 22x + 5xt$$

$$6 + 9t = 22 + 5t$$

$$4t = 16$$

$$t = 4$$

Ответ: Бригадам потребовалось 4 дня в новом составе

Задача 6

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. **Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?**

	A	p	t (ч)
I рабочий	1		15
II рабочий	1		15
I рабочий			3
I +II рабочие			t

$t > 0$

Решение задачи

$$\frac{3}{15} + \frac{2}{15}t = 1$$

$$3 + 2t = 15$$

$$t = 6$$

$$3 + 6 = 9 \text{ часов}$$

Ответ: общее время выполнения заказа 9 часов

Задачи на прогрессию

Арифметическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом d (разность арифметической прогрессии)

$$a_{n+1} = a_n + d$$

А.П. называют возрастающей, если

$$d > 0$$

Формула разности:

$$d = a_{n+1} - a_n$$

Формула n -го (общего) члена

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

Формулы суммы n первых членов А.П:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad \text{и} \quad S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Задача 7

Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. **Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.**

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$240 = \frac{60}{2} \cdot n$$

$$n = 8$$

Ответ: за 8 дней

Задача 8

Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. **Определите, сколько тонн щебня было перевезено на девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.**

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_{14} = \frac{2a_1 + 13d}{2} \cdot 14$$

$$210 = (2 \cdot 2 + 13d) \cdot 7$$

$$30 = 4 + 13d$$

$$d = 2$$

$$a_9 = 2 + 8 \cdot 2$$

$$a_9 = 18$$

Ответ: за 9 дней грузовик перевез 18 тонн

$$n = 14 \text{ дней}$$

$$a_1 = 2 \text{ тонны}$$

$$S_{14} = 210 \text{ тонн}$$

$$a_9 = ?$$