

Телепроект «МОЯ ШКОЛА в online»

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬ

11 класс

Урок №20

Задачи на движение

Брославская Ольга Николаевна
учитель математики
Физтех-лицей им. П.Л. Капицы

Типы задач на движение

- Движение по прямой дороге
- Движение по окружности
- Движение по воде
- Движение протяженных тел
- Средняя скорость

В задачах на движение присутствует три параметра:

- Расстояние (S)
- Скорость (v)
- Время (t)

Все **три** величины связаны между собой формулой

$$S = v \cdot t$$

**Все величины (расстояние,
скорость, время) считаются
положительными**

Расстояние (S)	Скорость (v)	Время (t)
км	км/ч	ч
м	м/с	с
м	м/мин	мин

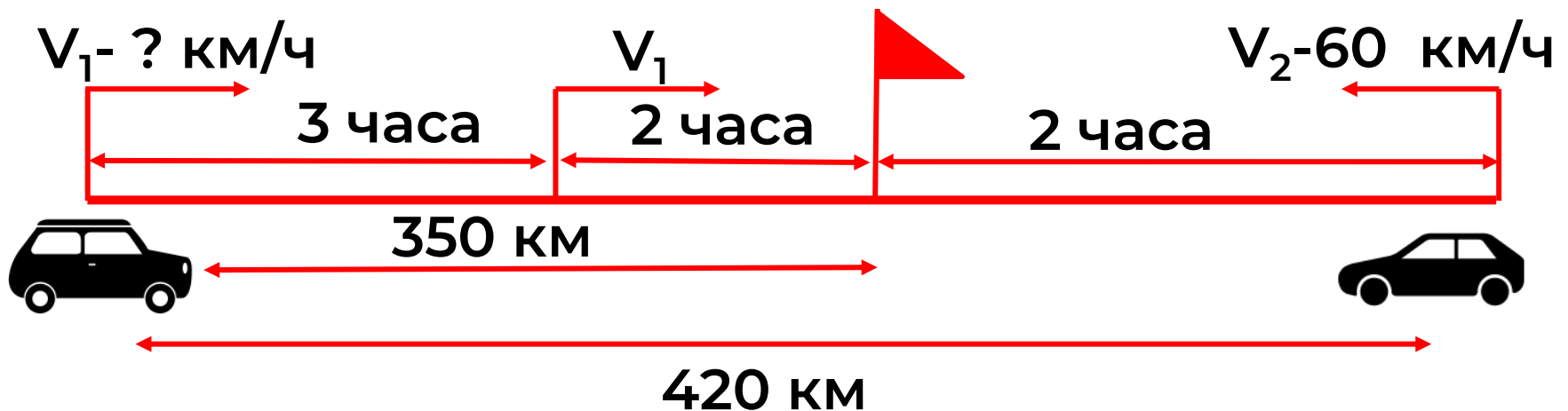
Скорость с разными единицами измерения

- $1 \text{ км/ч} = \frac{1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{5}{18} \text{ м/с}$
- $90 \text{ км/ч} = 90 \cdot \frac{5}{18} \text{ м/с} = 25 \text{ м/с}$
 - $1 \text{ м/с} = \frac{18}{5} \text{ км/ч}$
- $10 \text{ м/с} = 10 \cdot \frac{18}{5} \text{ км/ч} = 36 \text{ км/ч}$
 - $1 \text{ км/ч} = \frac{50}{3} \text{ м/мин}$
- $30 \text{ км/ч} = 30 \cdot \frac{50}{3} \text{ м/мин} = 500 \text{ м/мин}$
 - $1 \text{ м/мин} = \frac{3}{50} \text{ км/ч}$
- $100 \text{ м/мин} = 100 \cdot \frac{3}{50} \text{ км/ч} = 6 \text{ км/ч}$

Задача 1

Расстояние между городами **A** и **B** равно **470 км**. Из города **A** в город **B** выехал первый автомобиль, а через **3 часа** после этого навстречу ему из города **B** выехал со скоростью **60 км/ч** второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии **350 км** от города **A**.

Ответ дайте в **км/ч**.



Решение задачи

Второй автомобиль до встречи проехал

$$420 - 350 = 120 \text{ км}$$

Второй автомобиль был в пути

$$120 : 60 = 2 \text{ часа}$$

Первый автомобиль был в пути

$$2 + 3 = 5 \text{ часов}$$

Скорость первого автомобиля

$$350 : 5 = 70 \text{ км/ч}$$

Ответ: **70 км/ч скорость
первого автомобиля**

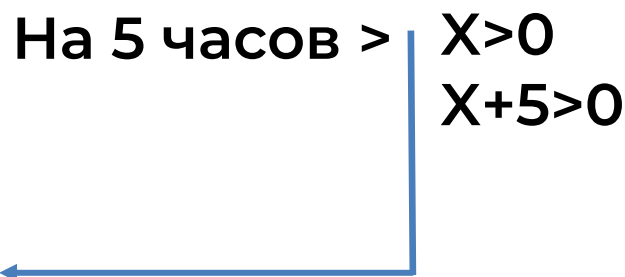
Задача 2

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 84 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 5 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 5 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

Ответ дайте в км/ч.

	S (км)	v (км/ч)	t (ч)
Туда (из А в В)	84	x	$\frac{84}{x}$
Обратно (Из В в А)	84	x+5	$\frac{84}{x+5}$

На 5 часов > $X > 0$
 $X + 5 > 0$



Решение задачи

$$\frac{84}{x} - \frac{84}{x+5} = 5 \quad | \cdot x(x+5)$$

$$84(x+5) - 84x = 5x(x+5)$$

$$84x + 84 \cdot 5 - 84x = 5x(x+5)$$

$$84 \cdot 5 = 5x(x+5)$$

$$x^2 + 5x - 84 = 0$$

$x_1 = -12 < 0$ не удовлетворяет условию

$$x_2 = 7$$

Ответ: **Скорость велосипедиста 7 км/ч**

Задачи на движение по воде

- Объект движется по течению реки, тогда скорость равна:

$$V_{\text{по теч.}} = V_{\text{соб.}} + V_{\text{теч.}}$$

- Объект движется против течения реки, тогда скорость равна:

$$V_{\text{против теч.}} = V_{\text{соб.}} - V_{\text{теч.}}$$

- Собственная скорость объекта (скорость в неподвижной воде) равна

$$V_{\text{соб}} = \frac{V_{\text{по теч.}} + V_{\text{против теч.}}}{2}$$

- Скорость течения реки

$$V_{\text{теч}} = \frac{V_{\text{по теч.}} - V_{\text{против теч.}}}{2}$$

- Скорость движения плота равна скорости течения реки

Задача 3

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения **200 км** и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна **15 км/ч**, стоянка длится **10 часов**, а в пункт отправления теплоход возвращается через **40 часов** после отплытия из него. Ответ дайте в **км/ч**.

	S (км)	v (км/ч)	t (ч)
По течению	200	$15+x$	$\frac{200}{15+x}$
Против течения	200	$15-x$	$\frac{200}{15-x}$

30
часов

V в неподвижной воде
= v собственной = **15 км/ч**
x(км/ч) – скорость
течения реки, **x > 0**.
На весь путь по воде
теплоход затратил
40 - 10 = 30 часов

Решение задачи

$$\frac{200}{15+x} + \frac{200}{15-x} = 30$$

$$\frac{20}{15+x} + \frac{20}{15-x} = 3 \quad | \cdot (15+x)(15-x)$$

$$20(15-x) + 20(15+x) = 3 \cdot (225 - x^2)$$

$$20 \cdot 15 - 20x + 20 \cdot 15 + 20x = 3 \cdot (225 - x^2)$$

$$2 \cdot 20 \cdot 15 = 3 \cdot (225 - x^2) \quad | : 3$$

$$2 \cdot 20 \cdot 5 = 225 - x^2$$

$$200 = 225 - x^2$$

$$x^2 = 25$$

$$x_1 = -5 \quad \text{не удовлетворяет,} \quad x_2 = 5$$

Ответ: **5 км/ч**

Задача 4

Расстояние между пристанями **A** и **B** равно **120 км**. Из **A** в **B** по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт **B**, тотчас повернула обратно и возвратилась в **A**. К этому времени плот прошел **24 км**. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна **2 км/ч**. Ответ дайте в **км/ч**.

	S (км)	v (км/ч)	t (ч)
Движение яхты по течению	120	$x+2$	$\frac{120}{x+2}$
Движение яхты против течения	120	$x-2$	$\frac{120}{x-2}$
Плот	24	2	12

На **1 ч** <

v течения реки
– **2 км/ч**
 v яхты собст.
– **x км/ч, $x > 0$**
Время яхты на весь путь:
 $12 - 1 = 11$ ч
 $x > 0, x - 2 > 0$

Решение задачи

$$\frac{120}{x+2} + \frac{120}{x-2} = 11 \quad | \cdot (x+2)(x-2)$$

$$120(x-2) + 120(x+2) = 11(x^2 - 4)$$

$$120 \cdot x - 120 \cdot 2 + 120 \cdot x + 120 \cdot 2 = 11x^2 - 44$$

$$11x^2 - 240x - 44 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 120^2 + 44 \cdot 11 = 14400 + 481 = 14884$$

$$x_{1,2} = \frac{120 \pm \sqrt{14884}}{11} = \frac{120 \pm 122}{11}$$

$$x_1 = \frac{242}{11} = 22, \quad x_2 = \frac{-2}{11} \text{ не удовлетворяет}$$

Ответ: **22 км/ч**

Движение по окружности.

Задача 5

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из **двух** диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна **14 км**. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на **21 км/ч** больше скорости другого?

	S (км)	v (км/ч)	t (ч)
I мотоциклист	xt	x	t
II мотоциклист	$(x+21)t$	$x+21$	t

Решение задачи

Пусть x (км/ч) – скорость II мотоциклиста;

$x+12$ (км/ч) – скорость I мотоциклиста;

Пусть через t часов мотоциклисты поравняются первый раз $v_1 > v_2 \Rightarrow$ первый должен догнать второго, т.е. первому необходимо преодолеть путь больше второго на половину круга.

$$(x + 12) \cdot t - xt = 7$$

$$xt + 12t - xt = 7$$

$$12t = 7$$

$$t = \frac{7}{12}$$

$$t = \frac{1}{3} = 20 \text{ мин}$$

Ответ: **20 минут**

Задача 6

Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать **60** кругов по кольцевой трассе протяженностью **3 км**. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришел раньше второго на **10 минут**. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через **15 минут**? Ответ дайте в **км/ч**.

На 10 минут <

	S (км)	v (км/ч)	t (ч)
I ГОНЩИК	180	$x+12$	$\frac{180}{x+12}$
II ГОНЩИК	180	x	$\frac{180}{x}$

1. Определим весь путь: $60 \cdot 3 = 180$ км
2. Первый пришел на финиш раньше, значит, его скорость больше. Первый обогнал второго первый раз на круг через **15 минут**.
3. Значит скорость удаления будет равна $3 : \frac{1}{4} = 12 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$
4. Скорость второго пусть X км/ч
5. Скорость первого $(X+12)$ км/ч
6. $X > 0$, $x+12 > 0$

Решение задачи

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+12} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+12} = \frac{1}{6} \Big| \cdot 6 \cdot x(x+12)$$

$$180 \cdot 6(x+12) - 180 \cdot x \cdot 6 = x^2 + 12x$$

$$x^2 + 12x - 180 \cdot 6 \cdot 12 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 180 \cdot 6 \cdot 12 = 36 + 180 \cdot 36 \cdot 2 = 36 \cdot (1 + 180 \cdot 2) = 36 \cdot 361$$

$$x_1 = -6 + 6 \cdot 19$$

$$x_1 = 6 \cdot (19 - 1) = 6 \cdot 18$$

x_2 не удовлетворяет

$$x_1 = 108$$

Ответ: **скорость второго гонщика 108 км/ч**

Задача 7

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью **80 км/ч**, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна **500 метров**, за **36 секунд**.

Найдите длину поезда в метрах.

Решение задачи

Пусть длина поезда **x м.**

Выразим скорость поезда в **м/с**

$$80 \text{ км/ч} = \frac{80 \cdot 1000}{60 \cdot 60} = \frac{8 \cdot 100}{36} = \frac{200}{9} \text{ м/с}$$

Время движения поезда мимо
лесополосы **36 сек.**

$$\begin{array}{l} S = \frac{200}{9} \cdot 36 \\ S = 500 + x \end{array} \left| \Rightarrow \begin{array}{l} \frac{200}{9} \cdot 36 = 500 + x \\ 800 = 500 + x \\ x = 300 \end{array} \right.$$

Ответ: **длина поезда 300 м**