

Телепроект «МОЯ ШКОЛА в online»

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

МАТЕМАТИКА ПРОФИЛЬ

11 класс

Урок №15

Вычисления.

Степени и корни

Брославская Ольга Николаевна,
учитель математики
Физтех-лицей им. П.Л. Капицы

Степени и корни

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0 \quad n - \text{натуральное число}$$

$$a^{-1} = a$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad m > n, a \neq 0 \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a} \quad (m > 0)$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}} \quad (k > 0)$$

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$$

$$(\sqrt[2n]{a})^{2n} = a \quad (a \geq 0)$$

Действия со степенями

Найдите значение выражения:

1. $\frac{2^{3,8} \cdot 7^{4,8}}{14^{2,8}}$

$$\frac{2^{3,8} \cdot 7^{4,8}}{14^{2,8}} = \frac{2^{3,8} \cdot 7^{4,8}}{2^{2,8} \cdot 7^{2,8}} = 2 \cdot 7^2 = 98$$

2. $20^{-4,5} \cdot 5^{4,5} : 4^{-6,5}$

$$20^{-4,5} \cdot 5^{4,5} : 4^{-6,5} = \frac{20^{-4,5} \cdot 5^{4,5}}{4^{-6,5}} = \frac{4^{-4,5} \cdot 5^{-4,5} \cdot 5^{4,5}}{4^{-6,5}} = 4^2 \cdot 5^0 = 16$$

3. Найдите значение выражения $\frac{g(x-3)}{g(x-5)}$, если $g(x) = 2^x$

$$\frac{g(x-3)}{g(x-5)} = \frac{2^{x-3}}{2^{x-5}} = 2^{x-3-(x-5)} = 2^2 = 4$$

Преобразования числовых иррациональных выражений

Найдите значение выражения:

1. $\sqrt{89^2 - 39^2}$

$$\begin{aligned}\sqrt{89^2 - 39^2} &= \sqrt{(89 - 39)(89 + 39)} = \sqrt{50 \cdot 128} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 64} \\ &= 5 \cdot 2 \cdot 8 = 80\end{aligned}$$

2. $\frac{(3\sqrt{2})^2}{12}$

$$\frac{(3\sqrt{2})^2}{12} = \frac{3^2 \cdot (\sqrt{2})^2}{12} = \frac{9 \cdot 2}{12} = 1,5$$

3. $\frac{\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{3,5}}{\sqrt{0,21}}$

$$\frac{\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{3,5}}{\sqrt{0,21}} = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 3,5}{0,21}} = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 10 \cdot 3,5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 21 \cdot 10 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{15 \cdot 35}{21}} = 5$$

$$4. \left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}} \right) : \sqrt{\frac{3}{175}}$$

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}} \right) : \sqrt{\frac{3}{175}} &= \left(\sqrt{\frac{27}{7}} - \sqrt{\frac{12}{7}} \right) \cdot \sqrt{\frac{175}{3}} = \sqrt{\frac{27}{7} \cdot \frac{175}{3}} - \sqrt{\frac{12}{7} \cdot \frac{175}{3}} = \\ &= \sqrt{\frac{27 \cdot 175}{7 \cdot 3}} - \sqrt{\frac{12 \cdot 175}{7 \cdot 3}} = \sqrt{9 \cdot 25} - \sqrt{4 \cdot 25} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 = 5 \end{aligned}$$

Преобразования числовых иррациональных выражений

Найдите значение выражения:

1. $\frac{1+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x}$ при $x > 0$

$$\frac{1+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{\sqrt{x} \cdot (1+2\sqrt{x}) - \sqrt{x}}{x} = \frac{\sqrt{x} + 2x - \sqrt{x}}{x} = 2$$

2. $\frac{13 \sqrt[16]{m} \cdot \sqrt[48]{m}}{\sqrt[12]{m}}$

$$\frac{13 \sqrt[16]{m} \cdot \sqrt[48]{m}}{\sqrt[12]{m}} = \frac{13 \cdot m^{\frac{1}{16}} \cdot m^{\frac{1}{48}}}{m^{\frac{1}{12}}} = 13 m^{\frac{1}{16} + \frac{1}{48} - \frac{1}{12}} = 13 m^0 = 13$$

3. $x + \sqrt{x^2 - 16x + 64}$ при $x \leq 8$

$$x + \sqrt{x^2 - 16x + 64} = x + \sqrt{(x-8)^2} = x + |x-8| = x - x + 8 = 8 \text{ при } x \leq 8$$

4. Найдите $\frac{g(9-x)}{g(9+x)}$, если $g(x) = \sqrt[7]{x(18-x)}$, при $|x| \neq 9$

Покажем, что числитель дроби равен знаменателю

$$g(9-x) = \sqrt[7]{(9-x)(18-(9-x))} = \sqrt[7]{(9-x)(9+x)},$$

$$g(9+x) = \sqrt[7]{(9+x)(18-(9+x))} = \sqrt[7]{(9+x)(9-x)},$$

$$\frac{g(9-x)}{g(9+x)} = \frac{\sqrt[7]{(9-x)(9+x)}}{\sqrt[7]{(9+x)(9-x)}} = 1$$

5. Найти значение выражения $\frac{18\sqrt[3]{8\sqrt{x}} - 3\sqrt[4]{6\sqrt{x}}}{3 \cdot \sqrt[12]{x}}$ при $x > 0$

$$\frac{18\sqrt[3]{8\sqrt{x}} - 3\sqrt[4]{6\sqrt{x}}}{3 \cdot \sqrt[12]{x}} = \frac{18^{24}\sqrt{x} - 3^{24}\sqrt{x}}{3^{24}\sqrt{x}} = \frac{15^{24}\sqrt{x}}{3^{24}\sqrt{x}} = 5$$