



# Подмосковная Олимпиада

## Условия и решения

8-9 класс

Апрель 2022

### 1. Классические заблуждения

4 баллов

Выберите неверные утверждения. Поясните свой выбор

1. Период обращения Луны вокруг своей оси составляет 27.3 дня
2. Венера вращается вокруг Солнца в обратную сторону, нежели другие планеты земной группы
3. Юпитер имеет массу большую, чем сумма масс всех остальных планет
4. Астероиды называются «астероидами» потому что при их открытии они больше походили на звезды, чем на тела солнечной системы
5. Параллакс звезд обнаружили раньше, чем аберрацию света, но позже чем определили скорость света
6. Голубые звезды являются более горячими, чем красные
7. Звезды, которые содержат больше водорода живут меньше, чем более легкие звезды

### Решение.

1. *Период обращения Луны вокруг своей оси составляет 27.3 дня.* Луна обращается вокруг Земли с периодом 27.3 дня. При этом Луна обладает синхронным вращением. Поэтому период обращения Луны вокруг своей оси также 27.3 дня. Утверждение верное.
2. *Венера вращается вокруг Солнца в обратную сторону, нежели другие планеты земной группы.* Венера вокруг своей оси действительно обращается в обратную сторону, нежели другие планеты земной группы. Но вопрос про вращение вокруг Солнца. А вокруг Солнца все планеты солнечной системы вращаются в одну и ту же сторону. Утверждение неверное.
3. *Юпитер имеет массу большую, чем сумма масс всех остальных планет.* Утверждение верное.
4. *Астероиды называются «астероидами» потому что при их открытии они больше походили на звезды, чем на тела солнечной системы.* Открытие первых астероидов было на рубеже 18 и 19 веков, в эпоху Гершеля, который открыл

Уран. Гершель приложил много усилий, чтобы этидвигающиеся по небу объекты не назывались планетами, и он оставался единственным человеком, открывшим планету. Одним из его аргументов был как раз вид объектов, так как в тот момент для всех телескопов вид астероидов был точкой. Утверждение верное.

5. *Параллакс звезд обнаружили раньше, чем аберрацию света, но позже чем определили скорость света.* Первым определили скорость света, потом аберрацию (ее масштаб 20.5'), а только потом определили параллаксы ближайших звезд. Утверждение неверное.
6. *Голубые звезды являются более горячими, чем красные.* Действительно, голубые звезды более горячие, чем красные. Температура красных звезд — 3 000 — 4 000 К. А голубых звезд более чем 20 000 К. Утверждение верное.
7. *Звезды, которые содержат больше водорода живут меньше, чем более легкие звезды.* Более массивные звезды живут меньше, чем их менее коллеги, потому что их светимость зависит от массы  $L \sim M^4$ . А следовательно, время жизни звезды  $t_L \sim M^{-3}$ . Утверждение верное.

Итого, неверные утверждения 2 и 5.

Авторы задачи - Игнатъев В.Б., Кузнецов М.В

<b>Критерии оценивания</b>	<b>4</b>
Правильно указанные неверные утверждения 2 и 5 .....	2
Пояснение к каждому из пунктов 2 и 5 .....	2
Указание других ответов.....	- 0.5

Сумма баллов за задачу не может быть отрицательной.

## 2. Сторона зимнего треугольника 8 баллов

Расстояние от Солнца до Сириуса ( $-1.3^m$ ,  $\alpha$  Большого Пса) 8.6 световых лет. Расстояние от Солнца до Проциона ( $+0.4^m$ ,  $\alpha$  Малого Пса) 11.4 световых лет. Определите расстояние между двумя этими звездами в парсеках, если на небе Земли угловое расстояние между звездами  $26^\circ$ . Определите звездные величины Сириуса из окрестностей Проциона и Проциона из окрестностей Сириуса.

### Решение.

Пренебрежем расстоянием между Землей и Солнцем, так как 1 а.е. сильно меньше 8.6 световых лет. Будем считать, что наблюдатель находится на Солнце.

Найдем расстояние между Сириусом и Проционом по теореме косинусов.

$$r = \sqrt{8.6^2 + 11.4^2 - 2 \cdot 11.4 \cdot 8.6 \cdot \cos 26} = 5.26 \text{ св. лет} = 1.6 \text{ пк}$$

Здесь лучше оставить расстояние в световых годах. Так как для дальнейшего решения через формулу Погсона нужно отношение расстояний, а они даны в световых годах.

Посчитаем звездную величину одной из звезд по формуле Погсона:

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)}, \quad m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{E_1}{E_2} = -2.5 \log \frac{r_2^2}{r_1^2} = 5 \log \frac{r_1}{r_2}$$

Здесь использовалось, что освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Тогда итоговая формула:

$$m_1 = m_2 + 5 \log \frac{r_1}{r_2}$$

Подставляем значения и находим звездную величину Сириуса из окрестностей Проциона.

$$m_c = -1.3 + 5 \log \frac{5.26}{8.6} = -2.38^m$$

Аналогично найдем звездную величину Проциона из окрестностей Сириуса:

$$m_p = 0.4 + 5 \log \frac{5.26}{11.4} = -1.28^m$$

Возможен и **альтернативный** ход решения задачи, в ходе которого учащийся находится абсолютные звездные величины обеих звезд, а потом пересчитывает видимые звездные величины звезд для нового расстояния.

Найдем расстояние между Сириусом и Проционом по теореме косинусов.

$$r = \sqrt{8.6^2 + 11.4^2 - 2 \cdot 11.4 \cdot 8.6 \cdot \cos 26} = 5.26 \text{ св. лет} = 1.6 \text{ пк}$$

Найдем абсолютную звездную величину одной из звезд:

$$M - m = 5 - 5 \log r, \quad M = m + 5 - 5 \log r$$

Определим абсолютную звездную величину Сириуса, подставив в формулу данные:

$$M_c = -1.3 + 5 - 5 \log \frac{8.6}{3.26} = 1.6^m$$

Аналогично найдем абсолютную звездную величину Проциона:

$$M_p = 0.4 + 5 - 5 \log \frac{11.4}{3.26} = 2.68^m$$

Теперь найдем видимые звездные величины звезд, как их видно из окрестностей соседней звезды:

$$m = M - 5 + 5 \log r$$

Тогда посчитаем звездную величину Сириуса из окрестностей Проциона:

$$m_c = 1.6 - 5 + 5 \log 1.6 = -2.38^m$$

Аналогично найдем звездную величину Проциона из окрестностей Сириуса:

$$m_p = 2.68 - 5 + 5 \log 1.6 = -1.3^m$$

*Автор задачи - Кузнецов М.В.*

<b>Критерии оценивания</b>	<b>8</b>
Определение расстояния между звездами .....	3
Вывод общей формулы для звездной величины.....	3
Определение звездных величин с точностью до $0.1^m$	2
Для Сириуса .....	1
Для Проциона .....	1

Для второго варианта решения разбалловка будет выглядеть следующим образом.

<b>Критерии оценивания</b>	<b>8</b>
Определение расстояния между звездами .....	3
Определение абсолютных звездных величин 2х звезд.....	3
Определение звездных величин с точностью до $0.1^m$	2
Для Сириуса .....	1
Для Проциона .....	1

### 3. Перепись населения

8 баллов

Ученый Астроном измерил массу небольшой звездной ассоциации она оказалась равной 70 массам Солнца. Известно, что ассоциация состоит из разного количества звезд в 1, 3 и 5 масс Солнца. Сколько всего звезд каждой массы входит в скопление, если на каждые две звезды массой в 5 солнечных приходится пять звезд массой в 3 солнечных массы, и звезды массой в 1 массу солнца встречаются в 5 раз чаще, чем 5 масс солнца.

**Решение.** Примем количество звезд массой  $1M_{\odot}$  за  $x$ ,  $3M_{\odot}$  за  $y$ ,  $5M_{\odot}$  за  $z$ . Тогда справедлива система уравнений:

$$\begin{cases} 1x + 3y + 5z = 70 \\ 2y = 5z \\ 5z = x \end{cases}$$

Выразим все неизвестные через  $z$ :

$$\begin{aligned} x &= 5z \\ y &= \frac{5}{2}z \end{aligned}$$

Подставив в первое равенство, получаем:

$$\begin{aligned} x + 3y + 5z &= 5z + \frac{15z}{2} + 5z = 17.5z = 70 \Rightarrow z = \frac{70}{17.5} = 4 \\ x &= 5z = 20 \\ y &= \frac{2}{5}z = 10 \end{aligned}$$

Ответ: 20 звезд  $1M_{\odot}$ , 10 звёзд  $3M_{\odot}$ , 4 звезды  $5M_{\odot}$

Автор задачи - Кузнецов М.В.

#### Критерии оценивания

8

Формулирование выражения для суммы масс всех звезд через  $x, y, z$  2

Формулирование выражений для связи между переменными ..... 3

Решение системы уравнений ..... 2

Итоговой ответ ..... 1

### 4. Экватор Солнца

8 баллов

На экваторе Солнца появилась группа пятен. Сравните, сколько времени можно будет их наблюдать с Земли и с Меркурия. Считать, что за время наблюдения пятна существенно не изменяют размеров.

**Решение.** Определим, какая точка на небесном теле позволяет увидеть Солнце долъ-

ше всего? Очевидным ответом являются полюса. Откуда Солнце видно дольше всего. Следовательно видимость определяется тем, как пятно вращается вместе с Солнцем. Следовательно, видимое движение пятен по диску Солнца будет суммироваться из двух движений и рассчитываться как синодический период с вращениями направленными в одну сторону. Считая движение планет вокруг Солнца круговым найдем отношение этих синодических периодов для Меркурия и Земли:

$$S_{\text{☿}} = \frac{T_{\text{☿}}T_{\odot}}{T_{\text{☿}} - T_{\odot}}, \quad S_{\oplus} = \frac{T_{\oplus}T_{\odot}}{T_{\oplus} - T_{\odot}}$$

Подставляя:

$$\frac{S_M}{S} = \frac{\frac{T_{\text{☿}}T_{\odot}}{T_{\text{☿}} - T_{\odot}}}{\frac{T_{\oplus}T_{\odot}}{T_{\oplus} - T_{\odot}}} = \frac{T_{\text{☿}}(T_{\oplus} - T_{\odot})}{T_{\oplus}(T_{\text{☿}} - T_{\odot})} = \frac{88.0 \cdot (365.24 - 25.4)}{365.24 \cdot (88.0 - 25.4)} = 1.3$$

Ответ: 1.3 раза

*Автор задачи - Пополитова И.В.*

<b>Критерии оценивания</b>	<b>8</b>
Обоснование суммы вращений .....	2
Расчет или выражения для Меркурия .....	2
Расчет или выражения для Земли .....	2
Итоговой подсчет или обратная величина .....	2

## 5. Комета века10 баллов

На изображенной карте звездного неба обозначена траектория кометы Хейла-Боппа (C/1995 O1). Пронумеруйте и укажите названия соответствующих созвездий, через которые пролетала комета. Предположите, в каком созвездии была комета, когда она была ближе всего к Земле. Точки на траектории кометы ставились каждые сутки.

### Решение.

Комета Хейла-Боппа пролетала через следующие созвездия: Телескоп, Южная Корона, Стрелец, Щит, Змея, Змееносец, Орел, Стрела, Лисичка, Лебедь, Ящерица, Андромеда, Персей, Телец, Орион.

В качестве подсказок специально оставили названия ярких звезд, чтобы можно было сразу найти созвездия Ориона, Тельца, Лебеда и Стрельца.

Минимальное расстояние до Земли можно найти из изображения. В этот момент расстояния между соседними точками были максимальны, так как угловая скорость кометы по земному небу была максимальной. Соответственно, это было в созвездии Андромеды.

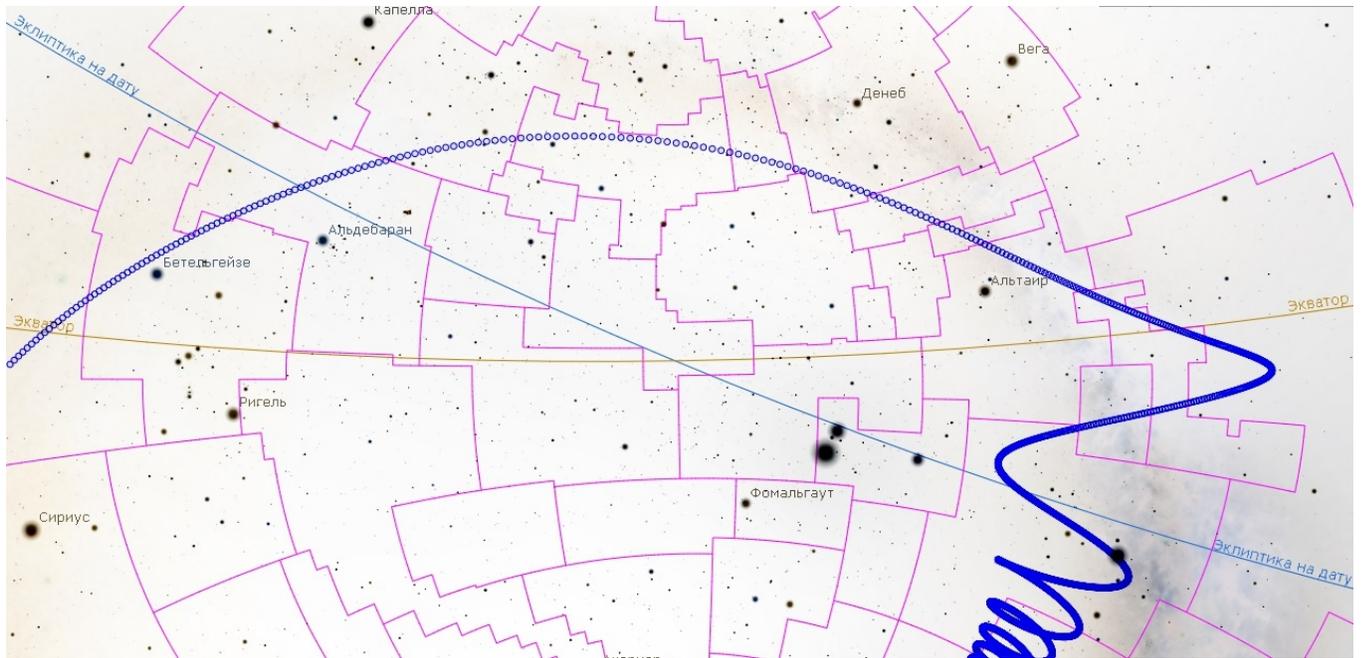


Рис. 1 Изображение к практической задаче

Автор задачи - Игнатъев В.Б.

<b>Критерии оценивания</b>	<b>10</b>
Любых 7 правильно записанных созвездия	7
Неверные созвездия.....	-1
Минимальное расстояние от Земли в созвездии Андромеды без пояснения.....	3
	1

*Комментарий:* В случае, если участник написал 9 правильных и 3 неправильных созвездия, оценка за первый пункт составляет  $9 - 3 = 6$  баллов. При этом оценка за первый пункт не может быть отрицательной и не может быть более 7 баллов.

## 6. Вояджеры 10 баллов

Перед вами графики скорости и расстояния от времени для самых известных космических аппаратов Вояджер 1 и 2.

1. Определите дату пролета с точностью до 1 месяца больших планет Солнечной системы и скорость после пролета для каждого аппарата.
2. Даты и скорость пролета гелиопаузы.
3. Определите разницу расстояний от Солнца Вояджера 1 и Вояджера 2 в 2050 году.

**Решение.**

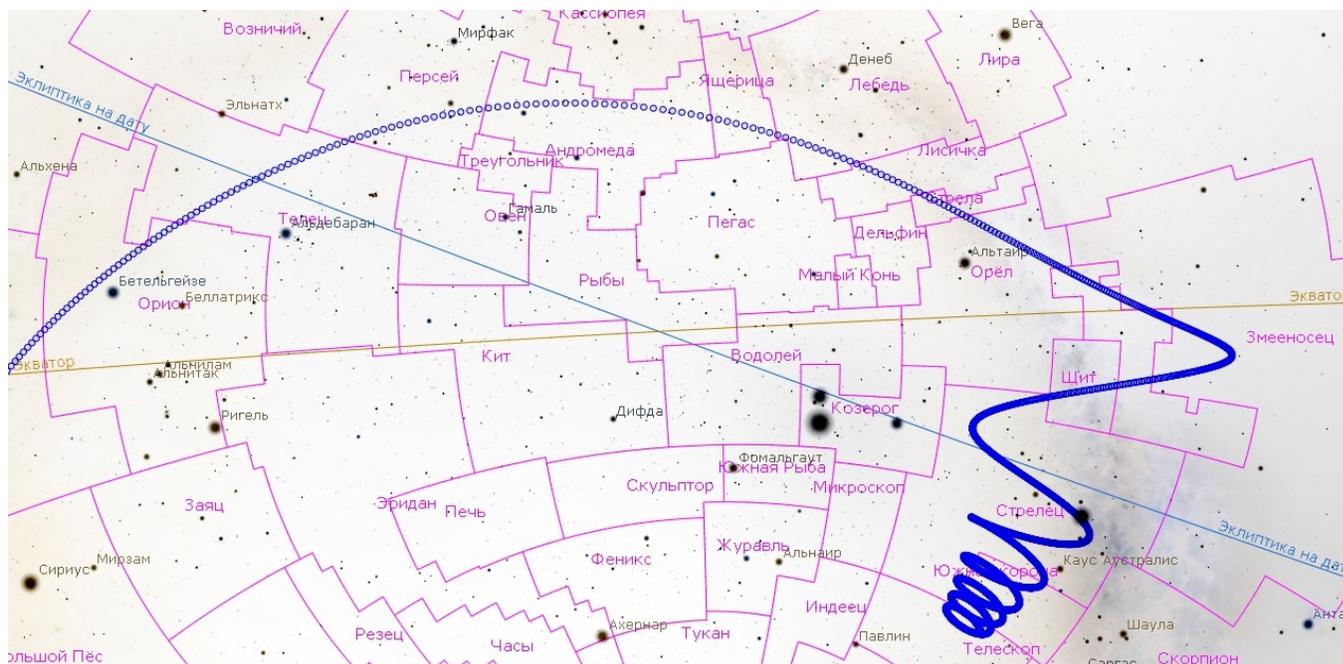


Рис. 2 Ответы

Раз на одном графике размещены и скорость, и расстояние от времени, то необходимо понять, как двигались аппараты. Внимательно присмотревшись к графику, видим, как падает скорость и выходит на постоянную величину. Следовательно, аппараты двигались со скоростью, превышавшей вторую космическую для Солнца на расстоянии орбиты Земли.

Миссия Вояджеров состояла в пролете мимо всех планет гигантов за короткое время, то аппараты должны были покинуть солнечную систему. Пролет должен был быть однократным и являлся по сути гравитационным маневром. Аппарат, попадая в зону действия планеты, сначала разгоняется, а затем теряет скорость. Таким образом, пролет мимо планеты - это пик скорости.

Посмотрев на количество «пиков», становится понятно, что Вояджер-1 посетил всего две планеты: Юпитер и Сатурн, а Вояджер-2: Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун. Причем первый пик на графике мы не считаем, т.к. это скорость связана со стартом с Земли. По этим пикам и определим даты пролетов.

Порядок планет мы уже определили - аппарат посещает их последовательно. Да и крайне не разумно отправлять аппарат за пределы Солнечной системы, иногда возвращая его внутрь СС.

Ответим последовательно на все вопросы задачи. Для этого воспользуемся линейкой определим масштаб оси по времени - между большими делениями  $24.5 \text{ мм} = 10 \text{ лет}$ . Что составляет  $0.41 \text{ года на мм}$ .

- Пик номер 1 (Юпитер) на кривой Вояджера-1 отстоит на 2 мм от 1980 г в прошлое, что дает дату: 1979.18 что соответствует марту 1979 г Скорость на 4 мм больше

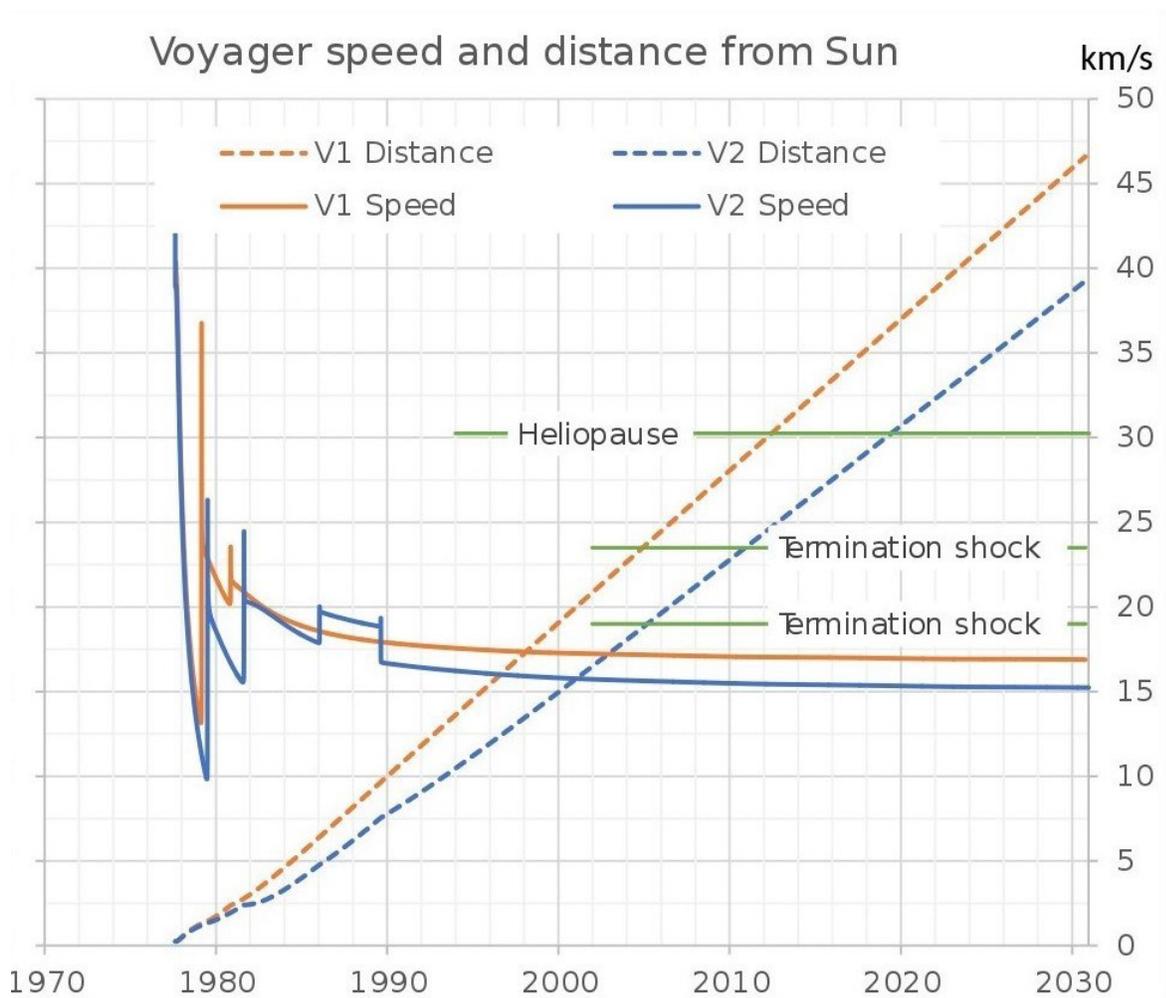


Рис. 3 Скорость и расстояние АМС Вояджер 1 и 2 от времени

чем 35 км/с. Что составит 36.6 км/с.

- Пик номер 2 (Сатурн) на кривой Вояджера-1 отстоит на 3 мм от 1980 г в будущее, что дает дату: 1981.23 что соответствует март 1981 г. Скорость на 9 мм больше чем 20 км/с. Что составит 23.6 км/с.
- Пик номер 1 (Юпитер) на кривой Вояджера-2 отстоит на 1 мм от 1980 г в прошлое, что дает дату: 1979.59 что соответствует августу 1979 г. Скорость на 3 мм больше чем 25 км/с. Что составит 26.2 км/с.
- Пик номер 2 (Сатурн) на кривой Вояджера-2 отстоит на 4 мм от 1980 г в будущее, что дает дату: 1981.64 что соответствует марту 1981 г. Скорость на 11 мм больше чем 20 км/с. Что составит 24.4 км/с.
- Пик номер 3 (Уран) на кривой Вояджера-2 отстоит на 9.5 мм от 1990 г в прошлое, что дает дату: 1986.11 что соответствует февралю 1986 г. Скорость точно составляет 20 км/с.

- Пик номер 4 (Нептун) на кривой Вояджера-2 отстоит на 1 мм от 1990 г в прошлое, что дает дату: 1989.59 что соответствует августу 1989 г. Скорость на 11 мм больше чем 15 км/с. Что составит 19.4 км/с.

Снимем точки пересечения Гелиопаузы:

- Пересечение траектории гелиопаузой на кривой Вояджера-1 отстоит на 6 мм от 2010 г в будущее, что дает дату: 2012.46 что соответствует июню 2012 г. Скорость на 1 мм больше чем 15 км/с. Что составит 17.0 км/с
- Пересечение траектории гелиопаузой на кривой Вояджера-2 отстоит на 1.5 мм от 2020 г в прошлое, что дает дату: 2019.39 что соответствует маю 2019 г. Скорость на 5 мм больше чем 15 км/с. Что составит 15.4 км/с.

Для определения скорости необходимо определить масштаб по скоростям главные деления составляют соотношение: 12.5 мм = 5 км/с. 1 мм составляет 0.4 км/с на мм. Скорость на гелиопаузе одна и та же, поскольку расстояние расположение гелиопаузы одинаковое, на 0.5 мм больше чем 30 км/с. Значит скорость равна: 30.2 км/с.

Определим расстояние до аппаратов, для этого необходимо воспользоваться справочными данными: Расстояние до Юпитера составляет 5.2 а.е. и до проекции последнего пика скорости на кривую расстояния 30.1 а.е.— Нептуна. Легко убедится, что масштаб составляет 10 а.е. в одной клетке - 6 мм. Или 1.67 а.е. на мм.

Следовательно, к примеру, в 2000 г. расстояние между аппаратами составляло по графику 10 мм, в 2030 г составит 18.5 мм. За 30 лет оно выросло на 8.5 мм, или примерно 2.83 мм за 10 лет. В 2050 г оно составит  $18.5 + 2.83 \cdot 2 = 24.16$  мм, что составит 40.3 а.е.

Ответы: А) Пролет и скорости. Вояджер 1: Юпитер - март 1979 г, 36.6 км/с, Сатурн - март 1981 г, 23.6 км/с. Вояджер-2: Юпитер - август 1979 г, 26.2 км/с, Сатурн - август 1981 г, 24.4 км/с, Уран - февраль 1986 г, 20 км/с, Нептун - август 1989 г, 19.4 км/с. Б) Даты и скорости пересечения гелиопаузы: июнь 2012 г, 17.0 км/с и май 2019 г, 15.4 км/с. В) В 2050 году расстояние между Вояджером-1 и Вояджером-2 составит 40.3 а.е.

*Автор задачи - Кузнецов М.В.*

<b>Критерии оценивания</b>	<b>10</b>
Пункт А. по 1 баллу за каждую дату и скорость.....	6
Пункт В. Определение расстояний и скорости по 1 баллу.....	3
Пункт С. Определение расстояния между аппаратами в 2050 г.....	1