

Всероссийская олимпиада по астрономии



Муниципальный этап 2021 года

Условия и решения

9 класс

8 Ноября 2021 г.

1. Кольцо

8 баллов

Планетарная туманность «Кольцо» ($M57$) находится от нас на расстоянии 2 300 световых лет. Она расширяется со скоростью 25 км/с и сейчас имеет видимый угловой размер $2.5'$. Определите как давно центральная звезда этой туманности сбросила свою оболочку? Когда это могли увидеть «наблюдатели» на Земле? Определите среднюю плотность, если масса сброшенной оболочки составляет $0.2M_{\odot}$, а толщина сферического слоя составляет примерно 1% от радиуса туманности. Считать объем сферы равным:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

где $\pi = 3.14$

Решение. Определим диаметр туманности в световых годах:

$$D_{M57} = L \cdot \frac{\alpha_{M57}}{206265} = 2300 \cdot \frac{2.5 \cdot 60}{206265} = \boxed{1.67 \text{ св.лет}}$$

Теперь определим время расширения туманности, не забыв, что нашли диаметр, а туманность расширяется в обе стороны к нам и от нас:

$$\tau_{M57} = \frac{D_{M57}}{2 \cdot V_{M57}}$$
$$\tau_{M57} = \frac{1.67 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 365.25 \cdot 86400}{2 \cdot 25} = \boxed{10^4 \text{ лет}}$$

Значит, на небе Земли событие появления планетарной туманности произошло 10 000 лет назад, около $\boxed{7979 \text{ г. до н.э.}}$

Определим объем, в котором заключена масса, считая, что она распределена равномерно в сферическом слое.:

$$V = \frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3) = \frac{4}{3}\pi(1^3 - 0.99^3) \left(\frac{D_{M57}}{2 \cdot 3.26}\right)^3 = 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ пк}^3$$

Тогда плотность равна:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{0.6 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{2.1 \cdot 10^{-3} \cdot (3 \cdot 10^{16})^3} = \boxed{6.5 \cdot 10^{-18} \text{ кг/м}^3}$$

Критерии оценивания

8

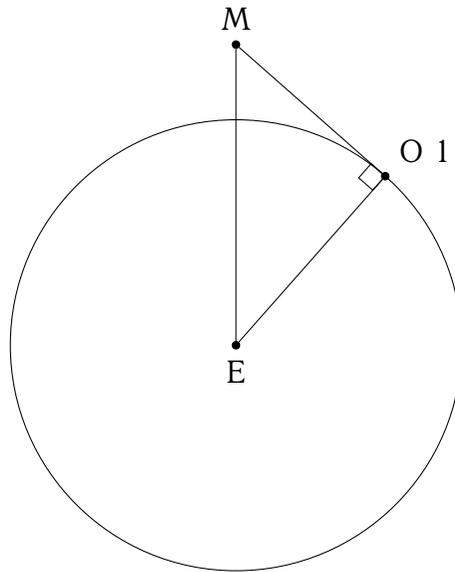
Нахождение диаметра туманности	1
Определение времени расширения туманности	2
Нахождение примерной даты события для земного наблюдателя	1
Нахождение объема сферического слоя	2
Нахождение итоговой плотности туманности	2

2. Космическая медуза

8 баллов

С космодрома Плесецк (широта $\varphi = 62^\circ 57'$) стартовал ракетоноситель с несколькими спутниками. На высоте 175 км вторая ступень отделилась от спутников и образовала так называемую «медузу». Определите, на каком расстоянии от точки отделения второй ступени это событие могли видеть жители Земли. Нарисуйте рисунок, поясняющий ваше решение.

Решение. Изобразим ситуацию на рисунке:



Введем обозначения точек: Земля — E, Наблюдатель 1 — O1, «Медуза» - M.

Точка «Наблюдатель 1» — наиболее далекая от места отделения второй ступени точка, в которой оно будет видно. Расстояние Медуза-Наблюдатель найдем из теоремы Пифагора:

$$r_{MO1} = \sqrt{r_{ME}^2 - r_{O1E}^2} = \sqrt{(R_E + h)^2 - R_E^2},$$

где R_E - радиус Земли, h - высота отделения ступени. Тогда искомое расстояние

$$r_{MO} = \sqrt{(6400 + 175)^2 - 6400^2} = \boxed{1507 \text{ км}}$$

Критерии оценивания

8

Рисунок, поясняющий модель	1
Формулировка, что макс. расстояние для наблюдателя на горизонте	2
Определение максимального расстояния	5

3. Дата затмения

8 баллов

Астроном из Долгопрудного (широта $\varphi = 56^\circ$) наблюдает лунное затмение. Посмотрев на часы, астроном заметил Луну на высоте $h = 57.5^\circ$ в полночь по истинному солнечному времени.

- Определите склонение Луны в момент наблюдения
- Определите склонение Солнца в момент наблюдения
- Определите дату наблюдения.

Решение.

На первом этапе определим склонение Луны. Обратим внимание, что высота кульминации h больше чем широта φ . Следовательно Луна в верхней кульминации.

Запишем формулу для высоты верхней кульминации. На данной широте верхняя кульминация Луны невозможна к северу от зенита.

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta \gg$$

Отсюда найдем склонение Луны:

$$\delta \gg = h + \varphi - 90^\circ = 57.5^\circ + 56^\circ - 90^\circ = \boxed{23.5^\circ}$$

Из склонения Луны $\delta = \varepsilon = 23.5^\circ$ ясно, что она находится в точке летнего солнцестояния.

Лунное затмение может наблюдаться только в полнолуние, когда Луна и Солнце диаметрально противоположны для земного наблюдателя. Это значит, что в момент истинной полуночи, то есть нижней кульминации Солнца, Луна находится в верхней кульминации.

Следовательно Солнце, расположенное в противоположной точке небесной сферы, находится в точке зимнего солнцестояния и имеет склонение

$$\delta_\odot = \boxed{-23.5^\circ}$$

Как известно, дата зимнего солнцестояния - $\boxed{21 \text{ декабря}}$. Это и есть ответ на последний вопрос задачи.

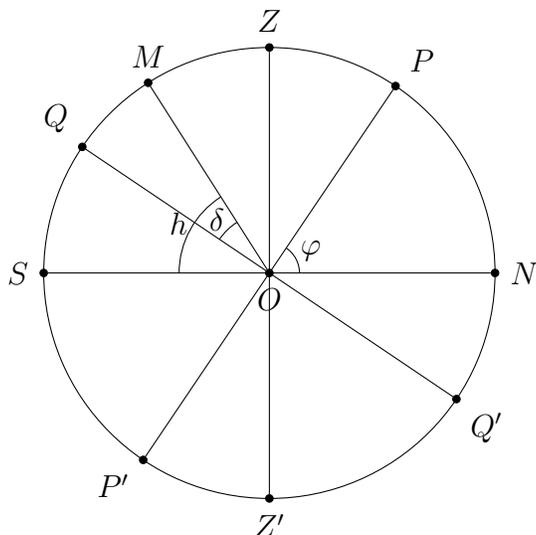


Рис. 1 Вид небесной сферы. Луна обозначена точкой M

Критерии оценивания	8
Запись формулы для верхней кульминации.....	1
Обоснование, что кульминации к югу от зенита	1
Определение склонения Луны.....	2
Утверждение, что Солнце и Луна диаметрально противоположны... 1	1
Определение склонения Солнца	1
Определение даты	2

4. В 10 раз

8 баллов

Космический аппарат находится в точке, где угловой размер Земли в 10 раз больше углового размера Луны, на прямой, соединяющие центры Земли и Луны, между ними. Определите период обращения аппарата вокруг Земли. Определите линейную скорость движение аппарата относительно Земли. Найдите соотношение сил притяжения аппарата к Луне и Земле. Для нахождения углового размера можно использовать следующее соотношение:

$$\rho'' = 206265'' \frac{D}{L}$$

где D — линейный диаметр объекта, L — расстояние до объекта, ρ'' — угловой размер объекта, выраженный в угловых секундах.

Решение. Запишем выражения для угловых размеров Луны и Земли при наблюдении с аппарата:

$$\rho_{\oplus} = \frac{R_{\oplus}}{r_{\oplus}}, \quad \rho_{\zeta} = \frac{R_{\zeta}}{r_{\zeta}}$$

где r_{\oplus} и r_{ζ} — расстояния от точки наблюдения до Земли и Луны соответственно.

Соотношение, заданное в условии:

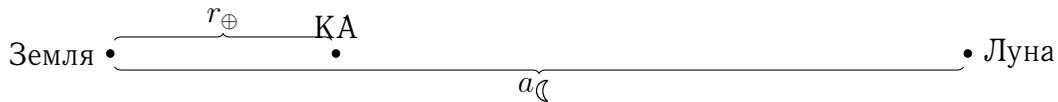
$$\frac{\rho_{\oplus}}{\rho_{\zeta}} = 10$$

Заметим, что $r_{\oplus} + r_{\zeta} = a_{\zeta}$ — радиус орбиты Луны. Тогда можем записать:

$$\frac{R_{\oplus}}{R_{\zeta}} \cdot \frac{a_{\zeta} - r_{\oplus}}{r_{\oplus}} = 10$$

Отсюда найдем

$$r_{\oplus} = \frac{a_{\zeta}}{10 \cdot \frac{R_{\zeta}}{R_{\oplus}} + 1} = \frac{384400 \text{ км}}{10 \cdot \frac{1738 \text{ км}}{6400 \text{ км}} + 1} = 103455 \text{ км}$$



В начале ответим на второй вопрос и найдем отношение сил притяжения аппарата Землей и Луной:

$$F = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow \frac{F_{\oplus}}{F_{\zeta}} = \frac{M_{\oplus}}{M_{\zeta}} \cdot \left(\frac{r_{\zeta}}{r_{\oplus}}\right)^2 = \frac{6 \cdot 10^{24}}{7.4 \cdot 10^{22}} \cdot \left(\frac{384400}{103455}\right) \approx \boxed{700}$$

Видим, что Земля притягивает аппарат намного сильнее, чем Луна, поэтому аппарат точно вращается вокруг Земли, и его гравитационным взаимодействием с Луной можно пренебречь. Запишем уточненный III закон Кеплера, сравнивая системы Аппарат-Земля и Земля-Солнце:

$$\frac{T_A^2}{T_{\oplus}^2} \cdot \frac{M_{\oplus}}{M_{\odot}} = \frac{a_A^3}{a_{\oplus}^3}$$

$a_A = r_{\oplus}$, тогда

$$T_A = T_{\oplus} \sqrt{\frac{M_{\odot}}{M_{\oplus}} \cdot \frac{a_A^3}{a_{\oplus}^3}} = 365 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{30}}{6 \cdot 10^{24}} \cdot \left(\frac{103455}{1.5 \cdot 10^8}\right)^3} = \boxed{3.8 \text{ д.}}$$

Линейную скорость движения КА вокруг Земли можно посчитать несколькими способами. Первый вариант, воспользоваться формулой для I космической скорости (круговой).

$$v = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{r_{\oplus}}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{103455000 \text{ м}}} \approx \boxed{2 \text{ км/с}}$$

А можно найти эту скорость, из уже ранее полученных радиусов орбиты КА и его периода.

$$v = \frac{2\pi a_A}{T_A} \approx \boxed{2 \text{ км/с}}$$

Критерии оценивания**8**

Нахождение расстояния между КА и Землей	2
Нахождение периода обращения КА	2
Нахождение круговой скорости КА любым способом.....	2
Нахождение отношения сил притяжения КА Землей и Луной.....	2

5. Телескоп**8 баллов**

Астроном любитель проводит наблюдения в одном из лучших мест для астрономических наблюдений, в Кавказкой горной обсерватории МГУ (КГО МГУ), где размер изображений звезд составляет $0.4''$, проводит наблюдения с телескопом диаметром 200 мм и фокусом 1 м, имеет окуляры с фокусом 6 и 20 мм. Длина волны видимого света составляет $\lambda = 550$ нм. Считая предельное разрешение глаза составляет $1'$. Разрешение телескопа для видимого диапазона длин волн можно определить по формуле:

$$\theta = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D_T}$$

Где θ - угол, который разрешает телескоп в угловых секундах, λ - длина волны наблюдаемого излучения. D_T - диаметр объектива телескопа. Угловое увеличение телескопа можно определить из:

$$\Gamma = \frac{F_T}{f_o} \iff \alpha_{\text{в окуляре}} = \Gamma \cdot \alpha_{\text{на небе}}$$

Где F_T - фокус объектива телескопа, f_o - фокус окуляра телескопа. $\alpha_{\text{в окуляре}}$ - видимый угловой размер в окуляре, $\alpha_{\text{на небе}}$ - видимый угловой размер на небе. При каком максимальном диаметре объектива влияние атмосферы размывает теоретический предел разрешения телескопа? Увеличение телескопа для каждого окуляра. Определите с каким окуляром размытие звезд будет заметно для данного телескопа, а с каким нет?

Решение. Чтобы размытие атмосферы $0.4''$ было точно видно, необходимо чтобы угловое разрешение телескопа было равно размеру изображений звезд создаваемых атмосферой:

$$\theta = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D_T}$$

$$D_T = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{0.4''} = \boxed{284 \text{ мм}}$$

Увеличение телескопа есть:

$$\Gamma = \frac{F_T}{f_o}$$

$$\Gamma_6 = \frac{1000}{6} = \boxed{167 \text{ крат}}$$

$$\Gamma_{20} = \frac{1000}{20} = \boxed{50 \text{ крат}}$$

Как известно увеличение угловых размеров связано с увеличением системы объектив - окуляр:

$$\Gamma = \frac{\theta_{\text{окуляр}}}{\theta_{\text{объектив}}}$$

$$\theta_{\text{окуляр}} = \Gamma \cdot \theta_{\text{объектив}}$$

Чтобы размытие стало заметно в окуляре необходимо, чтобы угловой размер звезды в окуляре превысил $1'$

$$\theta_{20} = 50 \cdot 0.4'' = \boxed{20''}$$

В окуляр с фокусом 20 мм размытие видно не будет

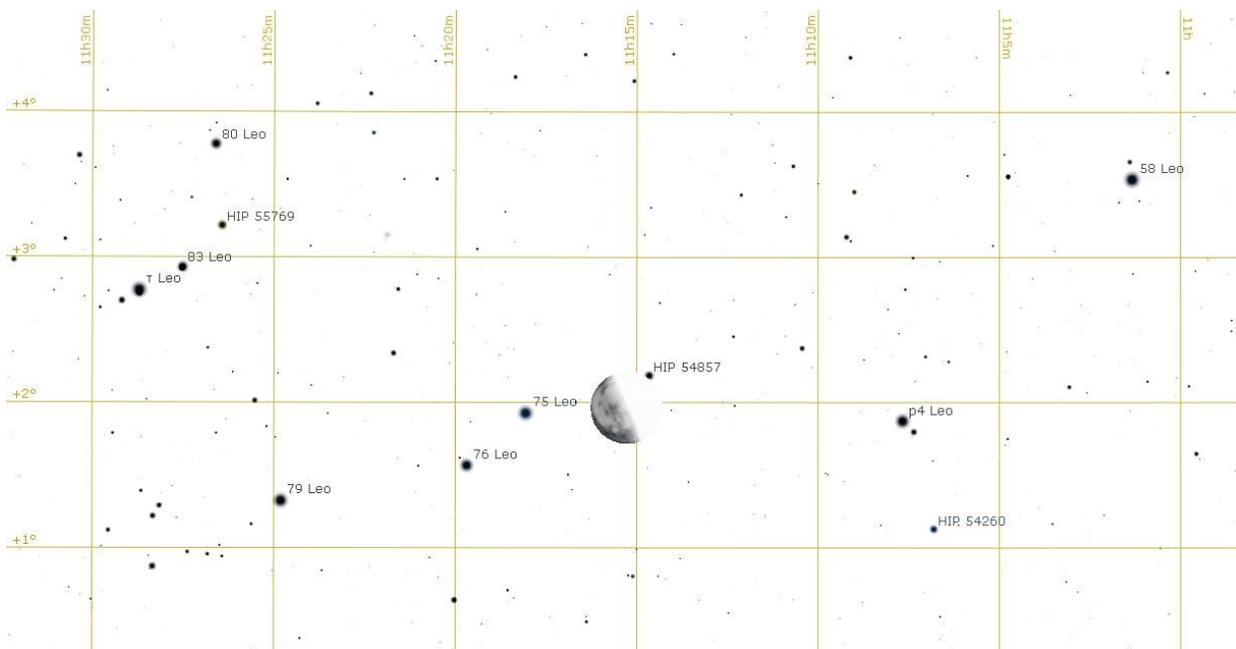
$$\theta_{20} = 167 \cdot 0.4'' = \boxed{67''}$$

В окуляр с фокусом 6 мм размытие видно будет

Критерии оценивания	8
Нахождение максимального диаметра.....	2
Определение увеличения окуляра 20 мм.....	1
Определение увеличения окуляра 6 мм.....	1
Определение видимости и значения размытия 20 мм.....	2
Определение видимости и значения размытия 6 мм.....	2

6. Покрытие Луной 10 баллов

Наблюдатель на полярной станции «Северный полюс» видит Луну в фазе последней четверти в созвездии Льва у самого горизонта. Его цель увидеть, как Луна покрывает звезды. Он зарисовал положение Луны на карте (для вас его рисунок представлен в негативе - цвета инвертированы). Определите какие из обозначенных(подписанных) звезд покроет Луна. Через сколько времени Луна покроет ближайшую к ней такую звезду? и сколько может длиться такое покрытие, если оно будет центральным (то есть звезда пройдет под центром лунного диска)? Период обращения Луны вокруг Земли можно найти в справочных данных. Орбиту Луны считать круговой и лежащей в плоскости эклиптики. Вращением Земли вокруг Солнца пренебречь.



Решение.

На **первом этапе** по изображению нужно понять куда движется Луна относительно далеких звезд.

Для этого через концы терминатора (граница разделяющая день и ночь на небесном теле) Луны проводим линию, она будет перпендикулярна направлению на Солнце. Через центр Луны (середицу отрезка между концами терминатора) строим перпендикулярную линию. Так как Луна, по условию задачи, движется в плоскости эклиптики, то это найденное направление будет и траекторией движения Луны. По этому направлению Луна будет двигаться справа налево, в сторону увеличения прямого восхождения. Значит, нас интересуют звезды слева от Луны: *75Leo*, *76Leo* и *79Leo*.

Чтобы отметить область, в которой возможны покрытия звезд, нам нужно провести еще две прямые, параллельные первой прямой. Одну выше на радиус Луны, вторую ниже на радиус Луны. Или, что тоже самое, первая проходит через верхний конец терминатора Луны, вторая через нижний конец терминатора Луны.

После этих построений мы видим, что в область покрытия попадает лишь одна подписанная на карте звезда *76Leo*.

На **втором этапе** решения задачи определим, через какое время начнется покрытие. Для этого нам нужно определить угловое расстояние между центром Луны и звездой *76Leo* вдоль линии движения Луны. Линейное расстояние можно померить линейкой, но для перехода к угловым расстояниям нужен масштаб. Масштабом на этом рисунке является сама Луна, хотя учащийся может воспользоваться и координатной сеткой. Угловой диаметр Луны составляет $30'$ с хорошей точностью, достаточной для решения этой задачи.

Измеряем линейкой диаметр Луны (по терминатору - 8 мм) и расстояние от центра Луны до проекции пути Луны составляет 21 мм звезды *76Leo*.

После того, как мы нашли угловое расстояние до звезды, нам необходимо найти время до начала покрытия. Для этого можно составить пропорцию. Луна делает полный оборот относительно далеких звезд за сидерический период 27.3 дня. Тогда, угол в $\frac{21}{8}30'$ она пройдет за

$$t = 27.3 \cdot 24 \cdot 3600 \frac{21/8 \cdot 30'}{360^\circ} \text{ с} = 8600 \text{ с} \approx 2^h 23^m$$

На **третьем этапе** необходимо найти длительность центрального покрытия.

Наблюдатель находится на станции «Северный полюс». На северном полюсе мы можем не учитывать вращение Земли вокруг своей оси. Таким образом, для наблюдателя есть только одно вращательное движение, это вращение Луны вокруг Земли. В общем случае, нам было необходимо учесть и вращение точки нахождения наблюдателя, вокруг земной оси.

Центральное покрытие Луной — это покрытие звезды Луной, при котором траектория покрытия будет являться диаметром Луны и является максимально длинным покрытием.

Для нахождения длительности покрытия звезды нам нужно найти время, за которое Луна сместится на свой диаметр $30'$.

$$t_2 = t = 27.3 \cdot 24 \cdot 3600 \frac{30'}{360^\circ} \text{ с} = \boxed{3\ 276 \text{ с} = 54.6 \text{ м}}$$

Критерии оценивания

10

Графическое нахождение направления движение Луны	1
Определение области неба, где будут покрытия	2
Определение, что покрытие будет для звезды <i>76Leo</i>	1
Нахождение углового расстояния между Луной и звездой <i>76Leo</i>	1
Нахождение времени до покрытия звезды <i>76Leo</i>	2
Нахождение длительности центрального покрытия	2+1
Обоснование, что не нужно учитывать вращение Земли	1